

PROBLEMI DI GEOMETRIA PIANA

- 411** L'area della superficie di un rettangolo è di 216 cm^2 ed il suo perimetro è di 60 cm .
Trovare le misure dei lati del rettangolo. [12 cm, 18 cm]
- 412** La somma dei cateti di un triangolo rettangolo è di 60 cm . Trovare le misure dei cateti sapendo che l'area della superficie del triangolo è di 448 cm^2 . [28 cm, 32 cm]
- 413** La somma delle diagonali di un rombo è di 35 cm . Trovare la misura di ogni diagonale sapendo che l'area della superficie del rombo è di 150 cm^2 . [15 cm, 20 cm]
- 414** Il perimetro di un rettangolo è di 108 cm e l'area della sua superficie è di 800 cm^2 .
Trovare le misure dei lati del rettangolo. [impossibile, perchè...]
- 415** L'area della superficie di un triangolo rettangolo è di 128 cm^2 . Sapendo che la somma dei cateti è di 32 cm trovare la misura dei cateti e stabilire quindi di che natura è il triangolo dato. [16 cm, 16 cm]
- 416** In un rombo la somma delle diagonali misura $2a$. Sapendo che l'area della superficie del rombo è $\frac{a^2 - b^2}{2}$ (con $a > b$) trovare le misure delle diagonali e del lato.

$$\left[a - b, \quad a + b, \quad \frac{\sqrt{2(a^2 + b^2)}}{2} \right]$$
- 417** In un triangolo rettangolo l'ipotenusa misura 65 cm e l'altezza ad essa relativa è di 28 cm . Trovare le misure delle proiezioni dei cateti sull'ipotenusa. [16 cm, 49 cm]
- 418** L'area di un triangolo isoscele è di $768a^2$ e la somma della base con l'altezza ad essa relativa è $80a$. Trovare il perimetro del triangolo. [128a oppure $32a(1 + \sqrt{10})$]
- 419** Il perimetro di un rettangolo è $10a$ mentre l'area della sua superficie è $6a^2 + 3ab - 9b^2$. Trovare i lati del rettangolo e stabilire come deve essere a rispetto a b perchè la soluzione sia accettabile. [$2a + 3b$, $3a - 3b$, $a > b$]
- 420** L'area della superficie di un triangolo rettangolo è $2a^2$. Trovare le misure dei cateti sapendo che la loro somma è $3a$. [?]

- 421** In un triangolo isoscele la somma della base e dell'altezza è $93a$ e l'area della superficie è $1080a^2$. Trovare il perimetro. [150a; 151a circa]
- 422** Il perimetro di un rettangolo è $32a$ mentre l'area della sua superficie è $80a^2$. Trovare le dimensioni del rettangolo. [?]
- 423** Un rombo è equivalente ad un quadrato di perimetro $24a$; trovare il raggio del cerchio inscritto nel rombo sapendo che la somma delle sue diagonali è $16a$. [?]

PROBLEMI DI GEOMETRIA SOLIDA

- 424** In un parallelepipedo rettangolo la cui altezza è di 18 cm, il perimetro del rettangolo di base è di 64 cm. Trovare le dimensioni della base sapendo che il volume del parallelepipedo è di 4590 cm^3 . [15 cm, 17 cm]
- 425** In un parallelepipedo rettangolo di altezza $5a$ e di volume $12ab^2$, il perimetro della base misura $16b$; trovare le misure dei lati del rettangolo di base.
- $$\left[b \left(4 - \frac{\sqrt{340}}{5} \right), b \left(4 + \frac{\sqrt{340}}{5} \right) \right]$$
- 426** In un parallelepipedo rettangolo di altezza $6a$ e di volume $8ab^2$, il perimetro della base misura $4b$; trovare le misure dei lati del rettangolo di base. [?]
- 427** Un rettangolo il cui perimetro misura 36 cm viene fatto ruotare attorno ad un suo lato generando un cilindro l'area della cui superficie laterale è $160\pi \text{ cm}^2$. Trovare le misure dei lati del rettangolo. [8 cm, 10 cm]
- 428** Un triangolo rettangolo viene fatto ruotare attorno al cateto maggiore generando così un cono la cui area della superficie laterale è $240\pi a^2$; sapendo che la somma del cateto minore del triangolo e della sua ipotenusa è $32a$, trovare il volume del detto cono. [768 πa^3]
- 429** In un cono circolare retto l'area della superficie laterale è $544\pi \text{ cm}^2$. Sezionando il cono con un piano contenente la sua altezza si ottiene un triangolo di perimetro 100 cm. Trovare il volume del cono. [2560 $\pi \text{ cm}^3$]
- 430** L'area della superficie laterale di un cilindro circolare retto è $1512\pi \text{ cm}^2$. Il perimetro del rettangolo che si ottiene sezionando il cilindro con un piano passante per i centri delle due basi è 156 cm. Trovare il volume del cilindro. [13.608 $\pi \text{ cm}^3$ oppure 15.876 $\pi \text{ cm}^3$]
- 431** In un cilindro circolare retto, l'area della cui superficie laterale è $8\pi a^2$, la somma del raggio di base con l'altezza misura $3a$. Trovare il volume del cilindro. [?]

$$466 \quad x^2 - (a - b)x - ab = 0$$

$$467 \quad x^2 - (a + 3)x + 3a = 0$$

$$468 \quad x^2 + 2(a - b)x - 4ab = 0$$

$$469 \quad x^2 + (a + b)x = 0$$

$$470 \quad x^2 + a^2 = 0$$

$$471 \quad 2x^2 - 3a^2 = 0$$

Scomporre in fattori i seguenti trinomi:

$$472 \quad x^2 - 12x + 35 ; \quad x^2 + x - 2$$

$$[(x - 5)(x - 7); (x + 2)(x - 1)]$$

$$473 \quad x^2 + 7x + 12 ; \quad x^2 + 3x - 10$$

$$[(x + 3)(x + 4); (x + 5)(x - 2)]$$

$$474 \quad 8x^2 + 9x + 1 ; \quad 3x^2 + 10x + 8$$

$$[(8x + 1)(x + 1); (x + 2)(3x + 4)]$$

$$475 \quad 3x^2 + 20x + 32 ; \quad 6x^2 - x - 2$$

$$[(x + 4)(3x + 8); (3x - 2)(2x + 1)]$$

$$476 \quad 4x^2 + 4x + 1 ; \quad 9x^2 - 6x + 1$$

$$[(2x + 1)^2; (3x - 1)^2]$$

$$477 \quad 2a^2 - 3a - 9 ; \quad 3a^2 - 10a + 3$$

$$[(a - 3)(2a + 3); (a - 3)(3a - 1)]$$

$$478 \quad 6a^2 - 11a + 3 ; \quad 8b^2 - 18b + 9$$

$$[(2a - 3)(3a - 1); (2b - 3)(4b - 3)]$$

$$479 \quad x^2 - (a + b)x + ab$$

$$[(x - a)(x - b)]$$

$$480 \quad x^2 + (2a - b)x - 2ab$$

$$[(x + 2a)(x - b)]$$

$$481 \quad x^2 - (a + 3)x + 2a + 2$$

$$[(x - a - 1)(x - 2)]$$

$$482 \quad 6a^2 + 11ab + 3b^2$$

$$[(3a + b)(2a + 3b)]$$

$$483 \quad 2x^2 - ax - a^2$$

$$[(x - a)(2x + a)]$$

$$486 \quad 2x^3 + ax^2 - a^2x \quad [x(x+a)(2x-a)]$$

$$487 \quad 3x^3 - 21ax^2 + 30a^2x \quad [3x(x-2a)(x-5a)]$$

$$488 \quad abx^2 - (a+b)x + 1 \quad [(ax-1)(bx-1)]$$

$$489 \quad x^3 + (2a+b)x^2 + 2abx \quad [x(x+2a)(x+b)]$$

$$490 \quad (a^2 - b^2)x^2 - 2(a^2 + b^2)x + a^2 - b^2 \quad [(ax-bx-a-b)(ax+bx-a+b)]$$

$$491 \quad (a^2 - 9)x^2 - 2(a^2 + 9)x + a^2 - 9 \quad [(ax+3x-a+3)(ax-3x-a-3)]$$

$$492 \quad (a+b)x^2 - [(a+b)^2 + 1]x + a+b \quad [(x-a-b)(ax+bx-1)]$$

$$493 \quad (a+\sqrt{3})x^2 - [(a+\sqrt{3})^2 + 1]x + a+\sqrt{3} \quad [(x-a-\sqrt{3})(ax+x\sqrt{3}-1)]$$

$$494 \quad (\sqrt{2}+\sqrt{3})x^2 - (2\sqrt{6}+6)x + \sqrt{2}+\sqrt{3} \quad [(x-\sqrt{2}-\sqrt{3})(\sqrt{2}x+\sqrt{3}x-1)]$$

$$495 \quad (a+\sqrt{5})^2 x^2 - (a+\sqrt{5})^2 x + a\sqrt{5} \quad [(ax+\sqrt{5}x-a)(ax+\sqrt{5}x-\sqrt{5})]$$

$$496 \quad x^2 - 4x + 5 \quad \begin{array}{l} \text{[non scomponibile nel campo reale;} \\ \text{nel campo complesso: } (x-2-i)(x-2+i) \end{array}$$

Semplificare le seguenti frazioni letterali:

$$497 \quad \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4x + 4} \quad , \quad \left[\frac{x-1}{x-2} \right] \quad \cdot \quad 498 \quad \frac{x^2 - 4x + 3}{x^2 - 6x + 5} \quad \left[\frac{x-3}{x-5} \right]$$

$$499 \quad \frac{2x^2 + 3x - 2}{2x^2 - 7x + 3} \quad \left[\frac{x+2}{x-3} \right] \quad \cdot \quad 500 \quad \frac{2x^2 - 5x + 2}{2x^2 + 5x - 3} \quad \left[\frac{x-2}{x+3} \right]$$

$$\begin{array}{ll}
 501 \quad \frac{3x^2 + 5x + 2}{x^2 - 1} & \left[\frac{3x + 2}{x - 1} \right] \\
 502 \quad \frac{3x^2 + 5x + 2}{x^2 + 2x + 1} & \left[\frac{3x + 2}{x + 1} \right] \\
 503 \quad \frac{4x^2 - 4x - 3}{2x^2 - 5x + 3} & \left[\frac{2x + 1}{x - 1} \right] \\
 504 \quad \frac{2x^2 + 3x - 2}{2x^2 + 5x + 2} & \left[\frac{2x - 1}{2x + 1} \right] \\
 505 \quad \frac{a^2 + 5a - 150}{2a^2 - 15a - 50} & \left[\frac{a + 15}{2a + 5} \right] \\
 506 \quad \frac{3x + 1}{3x^2 - 5x - 2} & \left[\frac{1}{x - 2} \right] \\
 507 \quad \frac{x^2 - 5x}{3x^2 - 14x - 5} & \left[\frac{x}{3x + 1} \right] \\
 508 \quad \frac{x^6 + x^5 - 6x^4}{x^7 - x^6 - 12x^5} & \left[\frac{x - 2}{x(x - 4)} \right] \\
 509 \quad \frac{x^2 - 9ax + 14a^2}{x^2 - ax - 42a^2} & \left[\frac{x - 2a}{x + 6a} \right] \\
 510 \quad \frac{2a^2 - 2ab - 12b^2}{a^2 + ab - 12b^2} & \left[\frac{2(a + 2b)}{a + 4b} \right] \\
 511 \quad \frac{x^2 + 10yx + 21y^2}{2x^2 + 12yx + 18y^2} & \left[\frac{x + 7y}{2(x + 3y)} \right] \\
 512 \quad \frac{x^3 - a^3}{2x^2 - 3ax + a^2} & \left[\frac{x^2 + ax + a^2}{2x - a} \right] \\
 513 \quad \frac{x^2 - (2 + \sqrt{3})x + 2\sqrt{3}}{x^2 - (5 + \sqrt{3})x + 5\sqrt{3}} & \left[\frac{x - 2}{x - 5} \right] \\
 514 \quad \frac{x^2 - (3 - a\sqrt{2})x - 3a\sqrt{2}}{x^2 + 2a\sqrt{2}x + 2a^2} & \left[\frac{x - 3}{x + a\sqrt{2}} \right] \\
 515 \quad \frac{(x^2 - 6x + 9)(x^2 - 4)}{(x^2 - 4x + 4)(x^2 - 2x - 3)} & \left[\frac{(x - 3)(x + 2)}{(x - 2)(x + 1)} \right] \\
 516 \quad \frac{(4x^2 - 4x - 3)(x^2 - 1)}{(2x^3 + x^2)(2x^2 - 5x + 3)} & \left[\frac{x + 1}{x^2} \right] \\
 517 \quad \frac{2x^2 - 3x + 1}{(x^2 - 3x + 2)(4x^2 - 1)} & \left[\frac{1}{(2x + 1)(x - 2)} \right] \\
 518 \quad \frac{(a^2 + 4ab - 12b^2)(a^2 - ab - 2b^2)(a^2 - ab + b^2)}{(a^2 + ab - 6b^2)(a^3 + b^3)} & \left[\frac{(a - 2b)(a + 6b)}{a + 3b} \right]
 \end{array}$$

$$519 \quad \frac{x^5 - 2ax^4 + (a-b)(a+b)x^3}{x^4 + (b-2a)x^3 - a(b-a)x^2} \quad \left[\frac{x(x-a-b)}{x-a} \right]$$

Trovare il M.C.D. ed il m.c.m. dei seguenti gruppi di polinomi:

$$520 \quad x^2 + 10x + 21 \quad ; \quad x^2 + 6x + 9 \quad [\text{M.C.D.} = (x+3); \quad \text{m.c.m.} = (x+3)^2 (x+7)]$$

$$521 \quad 8x^2 + 2x - 1 \quad ; \quad 2x + 1 \quad ; \quad 16x^2 - 1 \quad [\text{M.C.D.} = 1; \quad \text{m.c.m.} = (2x+1)(4x-1)(4x+1)]$$

$$522 \quad x^2 - 11ax + 24a^2 \quad ; \quad x^2 - 2ax - 3a^2 \quad ; \quad x^2 + 2ax + a^2$$

$$523 \quad 9x^2 - 12x + 4 \quad ; \quad 2(3x-2)^2 \quad ; \quad 9x^2 - 4$$

$$524 \quad x(x-7) - 8 \quad ; \quad x^2 + 7x + 6$$

$$525 \quad x(x-a) - 20a^2 \quad ; \quad x^2 + 8ax + 16a^2$$

$$526 \quad a^3 - b^3 \quad ; \quad a^2 - b^2 \quad ; \quad 2a^2 - ab - b^2$$

Nelle seguenti equazioni parametriche determinare quali valori reali si devono attribuire al parametro k affinché le radici siano opposte; trovare quindi tali radici:

$$527 \quad 2x^2 + (k-2)x - 5 = 0 \quad \left[k = 2, \quad x = \pm \frac{\sqrt{10}}{2} \right]$$

$$528 \quad 3x^2 - (k+1)x - 3 = 0 \quad [k = -1, \quad x = \pm 1]$$

$$529 \quad (k+1)x^2 - 2kx - 1 = 0 \quad [k = 0, \quad x = \pm 1]$$

$$530 \quad (k-2)x^2 + (k-1)x + 4 = 0 \quad [k = 1, \quad x = \pm 2]$$

$$531 \quad (2k-1)x^2 - (2k+1)x + 9 = 0 \quad \left[k = -\frac{1}{2}, \quad x = \pm \frac{3\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$532 \quad kx^2 - (k+3)x + 2k = 0 \quad [k = -3, \quad x = \pm i\sqrt{2}]$$

$$533 \quad \frac{1}{k} x^2 - (k-1)x + 4 = 0$$

$$[k = 1, \quad x = \pm 2i]$$

$$534 \quad x^2 - k(k+2)x - 3k = 0$$

$$[k = 0, \quad x_1 = x_2 = 0; \quad k = -2, \quad x = \pm i\sqrt{6}]$$

$$535 \quad x^2 - (k^2 - 4)x - 2k = 0$$

$$[k = 2, \quad x = \pm 2; \quad k = -2, \quad x = \pm 2i]$$

$$536 \quad x^2 + (k^2 + 1)x - 2k - 1 = 0$$

[Per nessun valore reale di k le radici sono opposte]

$$537 \quad 2kx^2 - (k^2 + 3)x - k + 1 = 0$$

[Per nessun valore reale di k le radici sono opposte]

Nelle seguenti equazioni parametriche determinare quali valori reali si devono attribuire al parametro k affinché le radici siano uguali; trovare quindi tali radici:

$$538 \quad 2kx^2 - x + 1 = 0$$

$$\left[k = \frac{1}{8}, \quad x_1 = x_2 = 2 \right]$$

$$539 \quad x^2 - 3x + k + 2 = 0$$

$$\left[k = \frac{1}{4}, \quad x_1 = x_2 = \frac{3}{2} \right]$$

$$540 \quad 3x^2 - 2x - k + 2 = 0$$

$$\left[k = \frac{5}{3}, \quad x_1 = x_2 = \frac{1}{3} \right]$$

$$541 \quad (k-1)x^2 + x - 1 = 0$$

$$\left[k = \frac{3}{4}, \quad x_1 = x_2 = 2 \right]$$

$$542 \quad x^2 + (k-2)x - 2k = 0$$

$$[k = -2, \quad x_1 = x_2 = 2]$$

$$543 \quad x^2 - 2(k+1)x + 1 = 0$$

$$\left[\begin{array}{ll} k = 0, & x_1 = x_2 = 1; \\ k = -2, & x_1 = x_2 = -1 \end{array} \right]$$

$$544 \quad x^2 - (k+4)x + 4 = 0$$

$$\left[\begin{array}{ll} k = 0, & x_1 = x_2 = 2; \\ k = -8, & x_1 = x_2 = -2 \end{array} \right]$$

$$545 \quad (2k+1)x^2 - 2(2k-1)x + (2k+1) = 0$$

$$[k = 0, \quad x_1 = x_2 = -1]$$

$$546 \quad 2x^2 - (k+3)x - (k^2 + 4k + 3) = 0$$

$$\left[\begin{array}{ll} k = -3, & x_1 = x_2 = 0; \\ k = -\frac{11}{9} & x_1 = x_2 = \frac{4}{9} \end{array} \right]$$

$$547 \quad x^2 - (k+1)x - 2(k+1) = 0$$

$$\left[\begin{array}{ll} k = -1, & x_1 = x_2 = 0; \\ k = -9, & x_1 = x_2 = 4 \end{array} \right]$$

$$548 \quad x^2 - 2(2k-1)x + (2k-1) = 0$$

$$\left[\begin{array}{ll} k = 1, & x_1 = x_2 = 1; \\ k = \frac{1}{2} & x_1 = x_2 = 0 \end{array} \right]$$

$$549 \quad x^2 - 2(3k-1)x - (9k^2 - 1) = 0$$

$$\left[\begin{array}{ll} k = \frac{1}{3}, & x_1 = x_2 = 0 \\ k = 0, & x_1 = x_2 = -1 \end{array} \right]$$

$$550 \quad (k-1)x^2 - 2(k+2)x + (k-2) = 0$$

$$\left[k = -\frac{2}{7}, \quad x_1 = x_2 = -\frac{4}{3} \right]$$

$$551 \quad (2k+3)x^2 + 2(k-1)x + \left(\frac{k}{2} - 1\right) = 0$$

$$\left[k = \frac{8}{3}, \quad x_1 = x_2 = -\frac{1}{5} \right]$$

$$552 \quad x^2 - 2kx + 4k - 3 = 0$$

$$\left[\begin{array}{ll} k = 1; & x_1 = x_2 = 1 \\ k = 3; & x_1 = x_2 = 3 \end{array} \right]$$

$$553 \quad x^2 - 2(k+2)x + k^2 + 4k = 0$$

[Per nessun valore di k le radici sono uguali]

$$554 \quad x^2 + (2k-1)x + k^2 - k = 0$$

[Per nessun valore di k le radici sono uguali]

$$555 \quad x^2 - 2(k+1)x - 3 = 0$$

[Per nessun valore reale di k le radici sono uguali]

Nelle seguenti equazioni parametriche determinare quali valori reali si devono attribuire al parametro k affinché una delle radici sia nulla; determinare quindi l'altra radice:

$$556 \quad 3x^2 - (k+1)x - k = 0$$

$$\left[k = 0, \quad x_2 = \frac{1}{3} \right]$$

$$557 \quad x^2 - 2(k-1)x + k + 1 = 0$$

$$[k = -1, \quad x_2 = -4]$$

$$558 \quad x^2 + 2(k+3)x - k + 2 = 0$$

$$[k = 2, \quad x_2 = -10]$$

$$559 \quad (2k-1)x^2 + kx - k = 0$$

$$[k = 0, \quad x_2 = 0]$$

$$560 \quad (3k+1)x^2 - kx + k - 1 = 0$$

$$[k = 1, \quad x_2 = \frac{1}{4}]$$

$$561 \quad 2x^2 - (k+1)x - k^2 + 4 = 0$$

$$\left[\begin{array}{ll} k = 2 & x_2 = \frac{3}{2}; \\ k = -2, & x_2 = -\frac{1}{2} \end{array} \right]$$

$$562 \quad (k-1)x^2 + (k+2)x - 1 = 0$$

[Per nessun valore di k una delle radici si annulla]

$$563 \quad 2(k-3)x^2 + kx - 5 = 0$$

[Per nessun valore di k una delle radici è nulla]

$$564 \quad kx^2 - 2x + k^2 + 3k + 2 = 0$$

$$\left[\begin{array}{ll} k = -1, & x_2 = -2; \\ k = -2, & x_2 = -1 \end{array} \right]$$

$$565 \quad 2x^2 - (k+2)x + k^2 + 1 = 0$$

[Per nessun valore reale di k una radice si annulla]

$$566 \quad x^2 + (2k-3)x = 0$$

[Per ogni k una radice è nulla, $x_2 = 3 - 2k$]

$$567 \quad (k^2 - 1)x^2 - x + k^2 = 0$$

$$[k = 0, \quad x_2 = -1]$$

$$568 \quad (k+3)x^2 - 2kx - (k-2)(k-5) = 0$$

$$\left[k = 2, \quad x_2 = \frac{4}{5}; \quad k = 5, \quad x_2 = \frac{5}{4} \right]$$

$$569 \quad (k+1)x^2 - x + k^2 - 2 = 0$$

$$[k = -\sqrt{2}, \quad x_2 = -\sqrt{2} - 1; \quad k = \sqrt{2}, \quad x_2 = \sqrt{2} - 1]$$

Nelle seguenti equazioni parametriche determinare quali valori reali si devono attribuire al parametro k affinché le due radici siano reciproche tra loro.

$$570 \quad 3x^2 - (k-1)x - 1 = 0$$

[Per nessun valore di k le radici sono reciproche tra loro]

$$571 \quad x^2 + k^2x - 2k + 1 = 0$$

$$[k = 0]$$

$$572 \quad (k+1)x^2 - 2x + 2k = 0 \quad [k = 1]$$

$$573 \quad (k^2 - 1)x^2 + kx - 1 = 0 \quad [k = 0]$$

$$574 \quad (2k-1)x^2 + 2x + k + 2 = 0 \quad [k = 3]$$

Nelle seguenti equazioni parametriche determinare quali valori reali si devono attribuire al parametro k affinché una delle due radici

a) sia: 2

$$575 \quad x^2 - 2kx + 3 = 0 \quad \left[k = \frac{7}{4} \right]$$

$$576 \quad (2k-1)x^2 + kx - 1 = 0 \quad \left[k = \frac{1}{2} \right]$$

b) sia: 3

$$577 \quad kx^2 - (k+1)x - k^2 = 0 \quad [k = 3 - \sqrt{6}; \quad k = 3 + \sqrt{6}]$$

$$578 \quad x^2 + (k^2 - 1)x - 3 = 0 \quad [\text{Per nessun valore reale di } k \text{ una radice è } 3]$$

c) sia: -1

$$579 \quad kx^2 + 3x - k + 2 = 0 \quad [\text{Per nessun valore di } k \text{ una radice è } -1]$$

$$580 \quad (k+1)x^2 - (k-1)x + k^2 = 0 \quad [k = 0; \quad k = -2]$$

Nelle seguenti equazioni parametriche determinare quali valori si devono attribuire al parametro k affinché la somma delle due radici

a) sia: -2

$$581 \quad x^2 - (k^2 - 3)x + k = 0 \quad [k = \pm 1]$$

$$582 \quad 2x^2 + (k^2 - k + 2)x - 1 = 0 \quad [k = -1; \quad k = 2]$$

b) sia: 4

• 583 $2x^2 - (k-1)x + 1 = 0$ [$k = 9$]

584 $kx^2 + 2(k+1)x + 3 = 0$ [$k = -\frac{1}{3}$]

c) sia: $\sqrt{3}$

585 $x^2 - (k^2 + 3)x + 2 = 0$ [Per nessun valore reale di k è $x_1 + x_2 = \sqrt{3}$]

• 586 $3x^2 + (2-k)x + 4 = 0$ [$k = 3\sqrt{3} + 2$]

Nelle seguenti equazioni parametriche determinare quali valori reali si devono attribuire al parametro k affinché la somma degli inversi delle radici

a) sia: 5

587 $x^2 - (k+1)x - 2k = 0$ [$k = -\frac{1}{11}$]

588 $3x^2 + (2k+1)x + k + 1 = 0$ [$k = -\frac{6}{7}$]

b) sia: -4

589 $kx^2 + (k+1)x + 2k = 0$ [$k = \frac{1}{7}$]

590 $x^2 - (k^2 - 2)x - k = 0$ [$k = 2 \pm \sqrt{6}$]

c) sia: 1

591 $2x^2 + k^2x + 1 = 0$ [Per nessun valore reale di k è $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$]

592 $(2k-1)x^2 + 2x - 3 = 0$ [Per nessun valore di k è $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$]

593 $(k-3)x^2 - 2x + 2 = 0$ [Per tutti i valori di k è $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$]

Nelle seguenti equazioni parametriche determinare quali valori reali si devono attribuire al parametro k affinché la somma dei quadrati delle radici

a) sia: 8

$$594 \quad x^2 - 2kx + 1 = 0 \quad \left[k = \pm \frac{\sqrt{10}}{2} \right]$$

$$595 \quad 3x^2 - kx + k = 0 \quad [k = -6; \quad k = 12]$$

b) sia: -2

$$596 \quad x^2 - (k+1)x - 1 = 0 \quad [\text{Per nessun valore reale di } k \text{ è } x_1^2 + x_2^2 = -2]$$

$$597 \quad x^2 - (2k-1)x + 3 = 0 \quad \left[k = -\frac{1}{2}; \quad k = \frac{3}{2} \right]$$

Esercizi di riepilogo sulle equazioni parametriche:

598 Data l'equazione parametrica

$$2x^2 - (3k+2)x + 1 = 0$$

determinare per quali valori reali del parametro k

- a) le radici sono uguali
- b) le radici sono opposte
- c) le radici sono reciproche tra loro
- d) una radice è nulla

$$\left[\frac{-2 \pm 2\sqrt{2}}{3}; \quad -\frac{2}{3}; \quad \text{per nessun valore}; \quad \text{per nessun valore} \right]$$

599 Data l'equazione parametrica

$$(k+1)x^2 - kx + k - 1 = 0$$

determinare per quali valori reali del parametro k

- a) le radici sono uguali
- b) una radice è uguale a -1
- c) una radice è nulla
- d) la somma delle radice è 4

$$\left[\pm \frac{2\sqrt{3}}{3}; \quad 0; \quad 1; \quad -\frac{4}{3} \right]$$

600 Data l'equazione parametrica

$$kx^2 - 2(k+1)x + 1 = 0$$

determinare per quali valori reali del parametro k

- a) le radici sono opposte
- b) le radici sono tra loro reciproche
- c) le radici sono uguali
- d) la somma degli inversi delle radici è 9
- e) la somma dei quadrati delle radici è 10.

$$\left[-1; 1; \text{ per nessun valore reale}; \frac{7}{2}; \frac{3 \pm \sqrt{33}}{6} \right]$$

601 Data l'equazione parametrica

$$x^2 - (2k-1)x + k^2 - 3 = 0$$

determinare per quali valori reali del parametro k

- a) le radici sono uguali
- b) una radice è nulla
- c) le radici sono reciproche
- d) la somma delle radici è 5

$$\left[\frac{13}{4}; \pm \sqrt{3}; \pm 2; 3 \right]$$

602 Data l'equazione parametrica

$$(k-2)x^2 - 2(k+3)x - 1 = 0$$

determinare per quali valori reali del parametro k

- a) le radici sono opposte
- b) la somma degli inversi delle radici è 4
- c) il prodotto delle radici supera di 1 la loro somma
- d) la somma dei quadrati delle radici è 8

$$\left[-3; -5; -\frac{5}{3}; 0 \text{ e } \frac{29}{2} \right]$$

603 Data l'equazione parametrica

$$(2k+3)x^2 - kx + k = 0$$

determinare per quali valori reali del parametro k

- a) la somma delle radici è -3
- b) il prodotto delle radici è 2
- c) una radice è -2

$$\left[-\frac{9}{7}; -2; -\frac{12}{11} \right]$$

604 Data l'equazione parametrica

$$3x^2 - (k^2 - 1)x - 1 = 0$$

determinare per quali valori reali del parametro k

- a) le radici sono uguali
 b) le radici sono opposte
 c) la somma degli inversi delle radici è $-\sqrt{2}$

$$\left[\text{per nessun valore reale; } \pm 1; \pm \sqrt{1 + \sqrt{2}} \right]$$

605 Data l'equazione parametrica

$$kx^2 - (1 - k)x + 1 = 0$$

determinare per quali valori reali del parametro k si ha:

a) $x_1 = \sqrt{2}$

b) $x_1 = -\frac{1}{x_2}$

c) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = -2$

d) $x_1^2 + x_2^2 = 3$

e) $x_1 = x_2 + 1$

f) $x_1 = 2x_2$

$$\left[\frac{3\sqrt{2}-4}{2}; -1; 3; \frac{-2 \pm \sqrt{6}}{2}; \frac{1}{6}; \frac{13 \pm \sqrt{153}}{4} \right]$$

606 Nell'equazione

$$x^2 - (1 + m)x + m = 0$$

determinare m in modo che sia:

a) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 3$

b) $x_1 + x_2 = 4x_1x_2$

c) $x_1^2 + x_2^2 = 3x_1x_2$

d) $x_1 = 6x_2 + 1$

$$\left[\frac{1}{2}; \frac{1}{3}; \frac{3 \pm \sqrt{5}}{2}; 0 \text{ e } 7 \right]$$

607 Nell'equazione

$$(a + 1) x^2 - (3a - 1) x + a = 0$$

determinare a in modo che sia:

a) $x_1 - x_2 = 1$

b) $x_1 = -x_2$

c) $9(x_1^2 + x_2^2) = 34$

d) $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} = 1$

e) $x_1 + 3x_2 = 3$

$$\left[0 \text{ e } 3; \quad \frac{1}{3}; \quad 5 \text{ e } -\frac{5}{29}; \quad \frac{1}{2}; \quad 2 \text{ e } 3 \right]$$

608 Data l'equazione parametrica

$$x^2 + 2(k - 1)x + k - 3 = 0$$

determinare per quali valori reali di k si ha:

a) $x_1 = -1 + \sqrt{2}$

b) $x_1^3 + x_2^3 = 26$

c) $\frac{x_1^2 + x_2^2 - x_1 x_2}{x_1 + x_2} + 4 = 0$

d) $\frac{x_1^2 + x_2^2}{1 + x_1 x_2} = 20$

$$\left[2; \quad 0; \quad 3 \text{ e } \frac{7}{4}; \quad 5 \text{ e } \frac{5}{2} \right]$$

609 Data l'equazione parametrica

$$x^2 + (2 - 3m)x + (m + 1)(m - 1) = 0$$

determinare per quali valori reali di m si ha:

a) $x_1 = 0$

b) $x_1^2 + x_2^2 = 33$

c) $x_1 x_2 + (x_1 + x_2) + 3 = 0$

d) $x_1 = 3x_2$

$$\left[1 \text{ e } -1; \quad 3 \text{ e } -\frac{9}{7}; \quad 0 \text{ e } -3; \quad 2 \text{ e } \frac{14}{11} \right]$$

610 Data l'equazione parametrica

$$kx^2 + 2(1 - k)x + k - 2 = 0$$

determinare per quali valori reali di k

- a) le radici sono uguali
- b) una radice è 2
- c) una radice è doppia dell'altra
- d) la somma dei reciproci dei quadrati delle radici è 10

$$\left[\text{per nessun } k; -2; 4 \text{ e } -2; 3 \text{ e } \frac{3}{2} \right]$$

611 Data l'equazione parametrica

$$2x^2 - 2(a - 2)x + a - 2 = 0$$

determinare per quali valori reali di a

- a) una radice è uguale a $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$
- b) la somma delle radici è doppia del loro prodotto
- c) le radici sono uguali
- d) una radice è tripla dell'altra

$$\left[5; \text{ per ogni } a; 2 \text{ e } 4; 2 \text{ e } \frac{14}{3} \right]$$

Risolvere i seguenti problemi:

612 Senza risolvere l'equazione $x^2 + 2x - 5 = 0$ verificare che le sue soluzioni soddisfano alle seguenti relazioni:

$$x_1^2 + x_2^2 = 14 \quad ; \quad \frac{1}{x_1^3} + \frac{1}{x_2^3} = \frac{38}{125} \quad ; \quad \frac{x_1 x_2 + 2}{x_1 + x_2 - 1} = 1$$

613 In un'equazione di secondo grado, ridotta a forma normale, il coefficiente del termine di secondo grado è 2, il termine noto è 3 ed una delle radici è $\frac{1}{2}$. Trovare il coefficiente del termine di primo grado e l'altra radice. [-7, 3]

614 In un'equazione di secondo grado, ridotta a forma normale, il coefficiente del termine di primo grado ed il termine noto sono rispettivamente 3 e -2. Sapendo che una soluzione è -1 determinare il primo coefficiente e l'altra soluzione. [5, $\frac{2}{5}$]

615 Data l'equazione di secondo grado $5x^2 - 11x + 2 = 0$, senza risolverla scriverne un'altra avente per radici i reciproci delle radici della prima. [$2x^2 - 11x + 5 = 0$]

616 Data l'equazione di secondo grado $x^2 - 21x + 24 = 0$, senza risolverla scriverne un'altra le cui radici siano doppie delle radici della prima. [$x^2 - 42x + 96 = 0$]

- 617** Data l'equazione di secondo grado $8x^2 - 2x - 3 = 0$, senza risolverla scriverne un'altra avente per radici i valori opposti delle radici della prima. $[8x^2 + 2x - 3 = 0]$
- 618** Data l'equazione di secondo grado $3x^2 - 5x + 2 = 0$, senza risolverla scriverne un'altra le cui radici superino di 2 unità quelle della prima. $[3x^2 - 17x + 24 = 0]$
- 619** Data l'equazione di secondo grado $x^2 + x - 6 = 0$, senza risolverla scriverne un'altra le cui radici siano i quadrati delle radici della prima. $[x^2 - 13x + 36 = 0]$
- 620** Senza risolvere l'equazione $(a - 1)x^2 + 2x - a = 0$ verificare che le sue soluzioni soddisfano alle seguenti condizioni:

$$x_1^3 + x_2^3 + \frac{6a^2 + 2}{(a - 1)^3} = \frac{6}{(a - 1)^2}; \quad \frac{3 - a}{(x_1 + x_2)^2 - 1} = \frac{(1 - a)^2}{1 + a}$$

- 621** I cateti di un triangolo rettangolo hanno per misura (in cm) le radici dell'equazione:

$$x^2 - (2m - 1)x + 3m + 1 = 0$$

Determinare m in modo che l'ipotenusa del triangolo misuri 7 cm e calcolare, in tal caso, le misure dei cateti.

$$\left[m = 5; \quad \frac{9 \pm \sqrt{17}}{2} \text{ cm} \right]$$

- 622** Data l'equazione parametrica

$$(m + 3)x^2 - 5mx + 4m + 1 = 0$$

stabilire per quale valore di m le sue soluzioni possono essere interpretate come le misure (in dm) dei cateti di un triangolo rettangolo isoscele. Determinare, in tal caso, la misura dell'ipotenusa del triangolo.

$$\left[m = 6; \quad \frac{5}{3} \sqrt{2} \text{ dm} \right]$$