1 I radicali

Esercitazioni preliminari

Dire a quali dei seguenti simboli corrispondono radici algebriche reali e di queste calcolare i valori:

1 $\sqrt[3]{-27}$; $\sqrt{9}$ $\sqrt[13]{-1}$; $\sqrt[3]{8}$

2 $\sqrt{-9}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt[3]{-8}$; $\sqrt[4]{-1}$

3 $\sqrt{\frac{1}{4}}$; $\sqrt[4]{\frac{1}{16}}$; $\sqrt[4]{-\frac{1}{16}}$; $\sqrt[3]{-9}$

Stabilire per quali valori di x esistono i seguenti radicali algebrici:

4 $\sqrt[3]{x}$; $\sqrt{x}$; $\sqrt[7]{x-5}$ [ogni x; $x \geqslant 0$; ogni x]

5 $\sqrt[4]{x-2}$; $\sqrt[8]{(x+2)^2}$; $\sqrt{x+2}$ [$x \geqslant 2$; ogni x; $x \geqslant -2$]

6 $\sqrt[5]{8-x}$; $\sqrt{\frac{1}{x}}$; $\sqrt[3]{\frac{2}{x-6}}$ [ogni x; $x > 0$; $x \neq 6$]

Stabilire per quali valori di x i seguenti simboli possono venir interpretati come radicali aritmetici:

7 $\sqrt{x-5}$; $\sqrt[3]{x^2}$; $\sqrt[5]{3-x}$ [$x \geqslant 5$; ogni x; $x \leqslant 3$]

8 $\sqrt{x+1}$; $\sqrt{(x-2)^3}$; $\sqrt[3]{(x-1)^2}$ [$x \geqslant -1$; $x \geqslant 2$; ogni x]

9 $\sqrt{\frac{1}{x}}$; $\sqrt[5]{\frac{2}{(x-6)^2}}$; $\sqrt[3]{\frac{x^2}{x-5}}$ [$x > 0$; $x \neq 6$; $x > 5$]

Dei seguenti radicali algebrici dire quali rappresentano numeri razionali e quali numeri irrazionali:

10 $\sqrt{36}$; $\sqrt[3]{-64}$; $\sqrt[3]{0{,}001}$; $\sqrt{\frac{1}{9}}$

11 $\sqrt[4]{0{,}0625}$; $\sqrt{8}$; $\sqrt[3]{10}$; $\sqrt{\frac{27}{4}}$

12 $\sqrt{2}$; $\sqrt[3]{0{,}008}$; $\sqrt[5]{0{,}00243}$; $\sqrt[3]{\frac{27}{125}}$

Determinare alcuni valori di due classi contigue di numeri razionali atte ad individuare i numeri irrazionali rappresentati dai seguenti radicali aritmetici (si faccia uso di tavole numeriche o di calcolatori tascabili):

13 $\sqrt{2}$; $\sqrt{5}$; $\sqrt{1000}$

14 $\sqrt[3]{80}$; $\sqrt[3]{2}$; $\sqrt{5{,}29}$

15 $\sqrt[3]{873}$; $\sqrt[4]{95}$; $\sqrt[5]{9732}$

Esercizi

Rendere irriducibili i seguenti radicali aritmetici(*):

1 $\sqrt[6]{4}$; $\sqrt[4]{9}$; $\sqrt[4]{16}$; $\sqrt[6]{1+\frac{7}{9}}$ $\left[\sqrt[3]{2};\ \sqrt{3};\ 2;\ \sqrt[3]{\frac{4}{3}}\right]$

2 $\sqrt[10]{32}$; $\sqrt[10]{25}$; $\sqrt[10]{81}$; $\sqrt[4]{1-\frac{5}{9}}$ $\left[\sqrt{2};\ \sqrt[5]{5};\ \sqrt[5]{9};\ \sqrt{\frac{2}{3}}\right]$

3 $\sqrt[4]{0{,}01}$; $\sqrt[3]{0{,}001}$; $\sqrt[8]{36}$ $[\sqrt{0{,}1};\ 0{,}1;\ \sqrt[4]{6}]$

4 $\sqrt[3]{0{,}008}$; $\sqrt[6]{0{,}027}$; $\sqrt[10]{0{,}00032}$ $[0{,}2;\ \sqrt{0{,}3};\ \sqrt{0{,}2}]$

5 $\sqrt[4]{a^2}$; $\sqrt[4]{4a^2}$; $\sqrt[4]{4a^2b^4}$ $[\sqrt{a};\ \sqrt{2a};\ \sqrt{2ab^2}]$

6 $\sqrt[6]{9a^2}$; $\sqrt[10]{32a^{10}}$; $\sqrt[3]{27a^3b^6}$ $[\sqrt[3]{3a};\ \sqrt{2a^2};\ 3ab^2]$

7 $\sqrt[14]{128a^{14}}$; $\sqrt[14]{b^5c^{10}}$; $\sqrt[6]{x^3y^6z^{12}}$ $[\sqrt{2a^2};\ \sqrt[14]{b^5c^{10}};\ \sqrt{xy^2z^4}]$

8 $\sqrt[6]{\frac{4}{9}a^2}$; $\sqrt[8]{\frac{81}{625}a^8}$ $\left[\sqrt[3]{\frac{2}{3}a};\ \sqrt{\frac{3}{5}a^2}\right]$

9 $\sqrt[12]{\frac{1}{64}a^6}$; $\sqrt[6]{\frac{27a^3}{b^6}}$; $\sqrt[6]{\frac{a^5b^{10}}{32}}$; $\left[\sqrt{\frac{1}{2}a};\ \sqrt{\frac{3a}{b^2}};\ \sqrt[6]{\frac{a^5b^{10}}{32}}\right]$

10 $\sqrt[4]{\frac{a^{12}b^6}{16}}$; $\sqrt[12]{\frac{8a^6b^6}{c^{12}}}$; $\sqrt[6]{\frac{64}{a^{14}}}$; $\left[\sqrt{\frac{a^6b^3}{4}};\ \sqrt[4]{\frac{2a^2b^2}{c^4}};\ \sqrt[3]{\frac{8}{a^7}}\right]$

11 $\sqrt[4]{a^2+2a+1}$; $\sqrt[6]{a^2+2ab+b^2}$ $[\sqrt{a+1};\ \sqrt[3]{a+b}]$

12 $\sqrt{a^2+4a+4}$; $\sqrt[4]{1+9a^2+6a}$ $[a+2;\ \sqrt{1+3a}]$

13 $\sqrt[6]{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}$; $\sqrt[9]{a^3+1+3a^2+3a}$ $[\sqrt{a+b};\ \sqrt[3]{a+1}]$

14 $\sqrt[4]{\frac{4(x+1)^2}{9}}$; $\sqrt[4]{\frac{(x-1)^2}{x^2+2x+1}}$ $\left[\sqrt{\frac{2(x+1)}{3}};\ \sqrt{\frac{x-1}{x+1}}\right]$

15 $\sqrt[6]{a^2(a^2-2a+1)}$; $\sqrt{\frac{a^4b^2(x+2y)^2}{4(x-y)^2}}$ $\left[\sqrt[3]{a(a-1)};\ \frac{a^2b(x+2y)}{2(x-y)}\right]$

16 $\sqrt[4]{\frac{a^2-6a+9}{a^2+6ab+9b^2}}$ $\left[\sqrt{\frac{a-3}{a+3b}}\right]$

17 $\sqrt[6]{\frac{81}{4}(4a^2+25-20a)}$ $\left[\sqrt[3]{\frac{9}{2}(2a-5)}\right]$

18 $\sqrt[12]{(a^2-2ab+b^2)^3}$ $[\sqrt{a-b}]$

19 $\sqrt{a^2x^2+2a^2x+a^2}$ $[a(x+1)]$

20 $\sqrt[12]{a^3x^3 + a^3 + 3a^3x^2 + 3a^3x}$ $[\sqrt[4]{a\,(x+1)}]$

21 $\sqrt[6]{\frac{1}{4} + a^2 + a}$ $\left[\sqrt[3]{\frac{1}{2} + a}\right]$

22 $\sqrt[4]{\frac{1}{a^2} + a^2 + 2}$ $\left[\sqrt{\frac{1}{a} + a}\right]$

23 $\sqrt[6]{\frac{(x-1)^3\,(x+1)}{x^2-1}}$ $[\sqrt[3]{x-1}]$

24 $\sqrt[4]{1 + 2\,(a-b) + (a-b)^2}$ $[\sqrt{1+a-b}]$

25 $\sqrt[6]{x^2 - 2x^2\,(2a+b) + x^2\,(2a+b)^2}$ $[\sqrt[3]{x\,(1-2a-b)}]$

26 $\sqrt[9]{\frac{a^3 + 3a^2\,(b+c) + 3a\,(b+c)^2 + (b+c)^3}{27\,(x-y)^6}}$ $\left[\sqrt[3]{\frac{a+b+c}{3\,(x-y)^2}}\right]$

27 $\sqrt[14]{1 - \frac{2ab-1}{a^2b^2}}$ $\left[\sqrt[7]{\frac{ab-1}{ab}}\right]$

28 $\sqrt[6]{\frac{x+3y^2}{x} + \frac{3xy^4 + y^6}{x^3}}$ $\left[\sqrt{\frac{x+y^2}{x}}\right]$

29 $\sqrt[6]{a^{3m}b^6}$ $[\sqrt{a^mb^2}]$

30 $\sqrt[4]{a^{2m}b^{4n}}$ $[\sqrt{a^mb^{2n}}]$

31 $\sqrt[4]{a^{2m+2}b^6}$ $[\sqrt{a^{m+1}b^3}]$

32 $\sqrt[12]{\frac{a^{3m}b^{3n+6}}{27}}$ $\left[\sqrt[4]{\frac{a^mb^{n+2}}{3}}\right]$

Quali errori sono stati commessi nello svolgere i seguenti esercizi?

33 $\sqrt{a^2 + b^2} = a + b$

34 $\sqrt[6]{a^3 + b^3} = \sqrt{a + b}$

35 $\sqrt[8]{16a^4} = \sqrt{4a}$

36 $\sqrt[6]{3a^3} = \sqrt{a}$

37 $\sqrt[10]{a^5 - b^5} = \sqrt{a - b}$

38 $\sqrt[4]{(-3)^2} = \sqrt{-3}$

39 $\sqrt{(-5)^2} = -5$

40 $\sqrt[6]{(-2)^2} = \sqrt[3]{-2}$

Completare le seguenti uguaglianze:

41 $\sqrt[3]{a} = \sqrt[12]{}$; $\sqrt{a^3} = \sqrt[4]{}$

42 $\sqrt[6]{3a^2} = \sqrt[12]{}$; $\sqrt[3]{4a^5b^2} = \sqrt[9]{}$

43 $\sqrt[3]{x^2 + 2x + 1} = \sqrt[6]{}$; $\sqrt{x^2\,(a - b)^3} = \sqrt[12]{}$

44 $\sqrt[4]{4a^2} = \sqrt[6]{}$; $\sqrt[6]{27a^3} = \sqrt[4]{}$

45 $\sqrt[4]{x^2 - 2x + 1} = \sqrt[14]{}$; $\sqrt[6]{x^3 + 3x^2 + 3x + 1} = \sqrt[4]{}$

Ridurre i seguenti gruppi di radicali al minimo comun indice:

46 $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt{2}$; $\sqrt[6]{6}$ $\qquad$ $[\sqrt[6]{9}\,;\ \sqrt[6]{8}\,;\ \sqrt[6]{6}\,]$

47 $\sqrt[12]{a^2b^4}$; $\sqrt[9]{a^2b^3}$; $\sqrt[8]{ab^5}$ $[\sqrt[72]{a^{12}b^{24}}$; $\sqrt[72]{a^{16}b^{24}}$; $\sqrt[72]{a^9b^{45}}]$

48 $\sqrt[3]{2a}$; $\sqrt[14]{4a^3}$; $\sqrt[21]{a^2}$

49 $\sqrt{\frac{1}{2}a}$; $\sqrt[3]{\frac{3}{2}a^2}$; $\sqrt[4]{\frac{3}{4}}$

50 $\sqrt[6]{\frac{1}{2}a^6}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{2}a}$; $\sqrt[2]{\frac{3}{4}a^2}$

51 $\sqrt{(x-y)^3}$; $\sqrt[3]{(x+y)^2}$; $\sqrt[6]{\frac{x+y}{x-y}}$

52 $\sqrt[3]{\frac{x^2+2xy+y^2}{3}}$; $\sqrt{\frac{x^2-2xy+y^2}{2a}}$ $\left[\sqrt[6]{\frac{(x+y)^4}{9}}\right.$; $\left.\sqrt[6]{\frac{(x-y)^6}{8a^3}}\right]$

Fra le seguenti coppie di radicali dire qual è il radicale maggiore:

53 $\sqrt[3]{3}$; $\sqrt{2}$ $[\sqrt[3]{3}]$

54 $\sqrt[5]{8}$; $\sqrt[6]{9}$ $[\sqrt[5]{8}]$

55 $\sqrt{\frac{3}{2}}$; $\sqrt[3]{2}$

56 $\sqrt{90}$; $\sqrt[5]{80}$

57 $\sqrt[6]{25}$; $\sqrt[3]{12}$

58 $\sqrt[4]{12}$; $\sqrt{6}$

Portare fuori da radice, se è possibile, qualche fattore:

59 $\sqrt{27}$; $\sqrt[3]{16}$; $\sqrt{72}$; $[3\sqrt{3}$; $2\sqrt[3]{2}$; $6\sqrt{2}]$

60 $\sqrt{0{,}001}$; $\sqrt[4]{\frac{81}{4}}$; $\sqrt{\frac{3}{4}}$ $\left[0{,}1\sqrt{0{,}1}\right.$; $\left.3\sqrt{\frac{1}{2}}\right.$; $\left.\frac{1}{2}\sqrt{3}\right]$

61 $\sqrt[3]{a^6b^2}$; $\sqrt{a^4b^5c^3}$; $\sqrt{4ab^5}$ $[a^2\sqrt[3]{b^2}$; $a^2b^2c\sqrt{bc}$; $2b^2\sqrt{ab}]$

62 $\sqrt{3a^6b^5c}$; $\sqrt[3]{\frac{4}{27}a^5b^6}$ $\left[a^3b^2\sqrt{3bc}\ ;\ \frac{ab^2}{3}\sqrt[3]{4a^2}\right]$

63 $\sqrt[4]{\frac{32}{27}a^3b^{10}c^{12}}$; $\sqrt[4]{\frac{32}{81}a^6b^{16}c^{15}}$ $\left[2b^2c^3\sqrt[4]{\frac{2}{27}a^3b^2}\ ;\ \frac{2}{3}ab^4c^3\sqrt[4]{2a^2c^3}\right]$

64 $\sqrt{a^2+a^2b}$; $\sqrt{4-4a^2}$ $\left[a\sqrt{1+b}\ ;\ 2\sqrt{1-a^2}\right]$

65 $\sqrt{x^2y^2-3x^2}$; $\sqrt[3]{a^3b^6-a^3b^4}$ $\left[x\sqrt{y^2-3}\ ;\ ab\sqrt[3]{b^3-b}\right]$

66 $\sqrt{x^3+3x^2+3x+1}$; $\sqrt[3]{a^7\,(x-y)^4}$ $\left[(x+1)\sqrt{x+1}\ ;\ a^2\,(x-y)\sqrt[3]{a\,(x-y)}\right]$

67 $\sqrt{x^2-\frac{1}{3}x^2}$; $\sqrt{a^2+\frac{9}{16}a^2}$ $\left[x\sqrt{\frac{2}{3}}\ ;\ \frac{5}{4}a\right]$

68 $\sqrt[4]{(a^2-1)\,(a-1)^3}$; $\sqrt[3]{(a^2-1)\,(a+1)^5}$ $\left[(a-1)\sqrt[4]{a+1}\ ;\ (a+1)^2\sqrt[3]{a-1}\right]$

69 $\sqrt{\frac{4}{27}x^5\,(x-1)^3}$; $\sqrt{\frac{18\,(x^2-1)\,(x^3-1)}{25\,(x^2+x+1)}}$ $\left[\frac{2x^2\,(x-1)}{3}\sqrt{\frac{x\,(x-1)}{3}}\ ;\ \frac{3\,(x-1)}{5}\sqrt{2\,(x+1)}\right]$

70 $\sqrt{\frac{1}{(x-1)^3}}$; $\sqrt{\frac{3}{(a-1)^2}}$ $\left[\frac{1}{x-1}\sqrt{\frac{1}{x-1}}\ ;\ \frac{1}{a-1}\sqrt{3}\right]$

71 $\sqrt{\frac{x^2-1}{(x-1)^3}}$; $\sqrt[3]{\frac{x^3-8}{(x^2+2x+4)\,(x-2)^5}}$ $\left[\frac{\sqrt{x+1}}{x-1}\ ;\ \frac{1}{x-2}\sqrt[3]{\frac{1}{x-2}}\right]$

72 $\sqrt{x^2-\frac{1}{4}}$; $\sqrt{\frac{1}{9}-\frac{a^2}{4}}$ $\left[\frac{1}{2}\sqrt{4x^2-1}\ ;\ \frac{1}{6}\sqrt{4-9a^2}\right]$

73 $\sqrt{\frac{1}{a^2}+a^2+2}$; $\sqrt[4]{\frac{81}{32}(a-3)^6}$ $\left[\frac{1+a^2}{a}\ ;\ \frac{3\,(a-3)}{2}\sqrt[4]{\frac{(a-3)^2}{2}}\right]$

74 $\sqrt{\frac{(x-2)^5\,(x-1)^4}{x^2-3x+2}}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{x^3}+\frac{1}{y^3}}$ $\left[(x-2)^2\,(x-1)\sqrt{x-1}\ ;\ \frac{1}{xy}\sqrt[3]{x^3+y^3}\right]$

75 $\sqrt{\frac{1}{4}+\frac{1}{x^2y^2}}$; $\sqrt[3]{\frac{1}{27}+\frac{1}{a^3}-\frac{1}{b^3}}$ $\left[\frac{\sqrt{x^2y^2+4}}{2xy}\ ;\ \frac{\sqrt[3]{a^3b^3+27b^3-27a^3}}{3ab}\right]$

76 $\sqrt{3a^{2m}}$; $\sqrt[3]{16a^{3m}}$ $[a^m\sqrt{3};\ 2a^m\sqrt[3]{2}]$

77 $\sqrt[3]{a^{3m}b^3c^2}$; $\sqrt{a^{2m}b^2c^3}$ $[a^mb\sqrt[3]{c^2};\ a^mbc\sqrt{c}]$

78 $\sqrt[3]{8a^{3m+3}}$; $\sqrt{27x^{2n+2}}$ $[2a^{m+1};\ 3x^{n+1}\sqrt{3}]$

79 $\sqrt{a^{2m+1}}$; $\sqrt[3]{b^{3n+2}}$ $[a^m\sqrt{a};\ b^n\sqrt[3]{b^2}]$

80 $\sqrt[m]{a^{2m}}$; $\sqrt[m]{5a^{3m}}$ $[a^2;\ a^3\sqrt[m]{5}]$

81 $\sqrt[n]{x^ny^{2n}}$; $\sqrt[n]{3a^{3n}}$ $[xy^2;\ a^3\sqrt[n]{3}]$

82 $\sqrt[3]{\frac{x^6y^{3n}}{27z^3}}$; $\sqrt[3]{\frac{x^5y^{6n}}{81}}$ $\left[\frac{x^2y^n}{3z}\ ;\ \frac{xy^{2n}}{3}\sqrt[3]{\frac{x^2}{3}}\right]$

83 $\sqrt[4]{x^{2n}+2x^n+1}$; $\sqrt{x^{3n}+3x^{2n}+3x^n+1}$ $[\sqrt{x^n+1}\ ;\ (x^n+1)\sqrt{x^n+1}]$

Portare sotto segno di radice i fattori esterni supponendoli positivi nel caso siano letterali:

84 $2\sqrt{2}$; $3\sqrt{2}$; $5\sqrt{3}$; $\frac{1}{3}\sqrt{6}$ $\left[\sqrt{8}\ ;\ \sqrt{18};\ \sqrt{75};\ \sqrt{\frac{2}{3}}\right]$

85 $a\sqrt[3]{a}$; $2a\sqrt{3}$; $3a\sqrt{\frac{2}{a}}$ $[\sqrt[3]{a^4};\ \sqrt{12a^2};\ \sqrt{18a}]$

86 $\frac{1}{2}\sqrt{2}$; $\frac{2}{a}\sqrt{\frac{a}{2}}$ $\left[\sqrt{\frac{1}{2}};\ \sqrt{\frac{2}{a}}\right]$

87 $5\sqrt[3]{\frac{1}{5}}$; $\frac{1}{3}\sqrt[3]{3a^2}$ $\left[\sqrt[3]{25}\ ;\ \sqrt[3]{\frac{a^2}{9}}\right]$

88 $\frac{1}{ab}\sqrt[4]{a^2b^3}$; $\frac{2a}{b}\sqrt[5]{\frac{1}{2a}}$ $\left[\sqrt[4]{\frac{1}{a^2b}};\ \sqrt[5]{\frac{2^4a^4}{b^5}}\right]$

89 $(x-1)\sqrt{y}$; $\frac{a+b}{2}\sqrt{\frac{2}{a+b}}$ $\left[\sqrt{y\,(x-1)^2};\ \sqrt{\frac{a+b}{2}}\right]$

90 $(x+2)\sqrt{\frac{2}{x+2}}$; $(2a-1)\sqrt{\frac{a}{4a^2-1}}$ $\left[\sqrt{2\,(x+2)};\ \sqrt{\frac{a\,(2a-1)}{2a+1}}\right]$

91 $\frac{1}{a-1}\sqrt[3]{a^2-1}$; $\frac{a+2}{a-2}\sqrt{a^2-4}$ $\left[\sqrt[3]{\frac{a+1}{(a-1)^2}};\ \sqrt{\frac{(a+2)^3}{a-2}}\right]$

92 $\frac{2}{x^3-1}\sqrt{\frac{x^2+x+1}{2}}$ $\left[\sqrt{\frac{2}{(x-1)^2\,(x^2+x+1)}}\right]$

93 $\frac{x}{x+2}\sqrt[4]{\frac{x^2+4x+4}{x^3}}$ $\left[\sqrt[4]{\frac{x}{(x+2)^2}}\right]$

94 $\frac{a-b}{a+b}\sqrt{\frac{a^2-b^2+2a+2b}{a^2-b^2-2a+2b}}$ $\left[\sqrt{\frac{(a-b)\,(a-b+2)}{(a+b)\,(a+b-2)}}\right]$

95 $\frac{1}{(x-1)^2}\sqrt[3]{\frac{x^4-x}{x^2+x+1}}$ $\left[\sqrt[3]{\frac{x}{(x-1)^5}}\right]$

96 $\frac{a^5b^2}{2c^3}\sqrt[3]{\frac{8c^5+8c^6}{a^3-a^2}}$ $\left[\sqrt[3]{\frac{a^{13}b^6\,(1+c)}{c^4\,(a-1)}}\right]$

97 $4a^m\sqrt{a^2b^3}$ $\left[\sqrt{16a^{2m+2}b^3}\right]$

98 $\frac{3}{2}\cdot\frac{a^m}{b^n}\sqrt[3]{\frac{a}{b}}$ $\left[\sqrt[3]{\frac{27}{8}\cdot\frac{a^{3m+1}}{b^{3n+1}}}\right]$

99 $\frac{(x-3)^2}{x-5}\sqrt{\frac{x^2-6x+5}{x^2-4x+3}}$ $\left[\sqrt{\frac{(x-3)^3}{x-5}}\right]$

100 $a\sqrt[m]{a+2}$ $\left[\sqrt[m]{a^m\,(a+2)}\right]$

101 $a^2\sqrt[n]{a^3}$; $a^3\sqrt[2n]{a^5}$ $\left[\sqrt[n]{a^{2n+3}};\ \sqrt[2n]{a^{6n+5}}\right]$

102 $\frac{a^3}{b^2}\sqrt[4]{\frac{b^{12}-3b^{14}}{a^{12}+2a^{13}}}$ $\left[\sqrt[4]{\frac{b^4(1-3b^2)}{1+2a}}\right]$

103 $\frac{x-y+1}{x-y-1}\sqrt{\frac{x^2-y^2-1-2y}{x^2-y^2-1+2y}}$ $\left[\sqrt{\frac{x^2+2x+1-y^2}{x^2-2x+1-y^2}}\right]$

104 $-2\sqrt[4]{2}$; $-3\sqrt{2}$ $[-\sqrt[4]{32}\ ;\ -\sqrt{18}]$

105 $-5\sqrt{\frac{a}{5}}$; $-\frac{2}{3}\sqrt[4]{\frac{9}{4a^2}}$ $\left[-\sqrt{5a}\ ;\ -\sqrt{\frac{4}{9a^2}}\right]$

106 $2+3\sqrt{2}$ $[2+\sqrt{18}]$

107 $2a+b\sqrt{2a+b}$ $[2a+\sqrt{b^2(2a+b)}]$

Quali errori sono stati commessi nello svolgere i seguenti esercizi?

108 $a^2\sqrt[3]{2}=\sqrt[3]{2\cdot a^2}$

109 $2\sqrt[3]{a}=\sqrt[3]{6a}$

110 $a^5\sqrt[3]{b}=\sqrt[3]{a^8b}$

111 $\frac{3}{2}\sqrt[3]{a}=\sqrt[3]{\frac{9}{6}a}$

112 $(a+b)\sqrt{2}=\sqrt{2\cdot(a^2+b^2)}$

113 $\frac{a-b}{a+b}\sqrt[3]{3}=\sqrt[3]{3\cdot\frac{a^3-b^3}{a^3+b^3}}$

114 $a-3b\sqrt{a-3b}=\sqrt{(a-3b)^3}$

115 $-2\sqrt{2}=\sqrt{(-2)^2\cdot 2}=\sqrt{8}$

Eseguire le seguenti moltiplicazioni e divisioni semplificando il risultato quando è possibile:

116 $\sqrt{2}\cdot\sqrt{3}$; $\sqrt{3}\cdot\sqrt{27}$ $[\sqrt{6};\ 9]$

117 $\sqrt{5}\cdot\sqrt{15}\cdot\sqrt{9}$; $\sqrt{8}\cdot\sqrt{18}$ $[15\sqrt{3};\ 12]$

118 $\sqrt{\frac{3}{2}}\cdot\sqrt{\frac{4}{27}}\cdot\sqrt{2}$; $\sqrt{\frac{5}{12}}\cdot\sqrt{\frac{3}{4}}\cdot\sqrt{\frac{8}{75}}$ $\left[\frac{2}{3};\sqrt{\frac{1}{30}}\right]$

119 $\sqrt{2a^2}\cdot\sqrt{\frac{8}{a}}$; $\sqrt{3b^3}\cdot\sqrt{\frac{b}{3}}$ $[4\sqrt{a};\ b^2]$

120 $\sqrt{\frac{11}{2}a^2}\cdot\sqrt{\frac{a}{22}}\cdot\sqrt{\frac{1}{a^5}}$ $\left[\frac{1}{2a}\right]$

121 $\sqrt[3]{2}\cdot\sqrt{2}$; $\sqrt{3}\cdot\sqrt[4]{3}$ $[\sqrt[6]{2^5};\ \sqrt[4]{3^3}]$

122 $\sqrt[5]{a}\cdot\sqrt[3]{a}$; $\sqrt{ab^2}\cdot\sqrt[3]{a^2b}$ $[\sqrt[15]{a^8};\ ab\sqrt[6]{ab^2}]$

123 $\sqrt{1-\frac{1}{2}}\cdot\sqrt[3]{1-\frac{1}{3}}\cdot\sqrt{6}$ $[\sqrt[6]{12}]$

124 $\left(\sqrt{2-\frac{2}{5}}:\sqrt[4]{1-\frac{1}{5}}\right)\cdot\sqrt[5]{10^2}$ $[2\sqrt[20]{2^8\cdot 5^3}]$

125 $\sqrt{\frac{a+b}{a-b}}\cdot\sqrt[3]{\frac{a-b}{a+b}}$ $\left[\sqrt[6]{\frac{a+b}{a-b}}\right]$

126 $\sqrt[3]{\frac{2x-1}{2x+1}}\cdot\sqrt{\frac{4x^2-1}{(2x-1)^3}}$ $\left[\sqrt[6]{\frac{2x+1}{(2x-1)^4}}\right]$

127 $\sqrt{\frac{a^3-b^3}{a^3+b^3}}\cdot\sqrt{\frac{(a+b)^3}{(a-b)^3}}\cdot\sqrt{\frac{a^2-ab+b^2}{a^2+ab+b^2}}$ $\left[\frac{a+b}{a-b}\right]$

128 $\sqrt[3]{(a^2-1)^2}\cdot\sqrt{\frac{1}{a^3+3a-3a^2-1}}$ $\left[\sqrt[6]{\frac{(a+1)^4}{(a-1)^5}}\right]$

129 $\sqrt{\frac{x^2-y^2}{x^3-y^3}} \cdot \sqrt{\frac{x^2+xy+y^2}{x^2+2xy+y^2}}$ $\left[\sqrt{\frac{1}{x+y}}\right]$

130 $\sqrt{\frac{3}{4}} : \sqrt{\frac{1}{4}}$; $\sqrt{\frac{a}{b}} : \sqrt{\frac{a^3}{b^2}}$ $\left[\sqrt{3};\ \frac{1}{a}\sqrt{b}\right]$

131 $\sqrt[3]{1-\frac{1}{2}} : \sqrt[4]{1-\frac{1}{4}}$; $\sqrt{2a} : \sqrt[6]{4a^3}$ $\left[\sqrt[12]{\frac{4}{27}};\ \sqrt[6]{2}\right]$

132 $\sqrt[4]{\frac{49}{9}} : \sqrt{7}$; $\sqrt{\frac{3a}{2b}} : \sqrt[4]{\frac{36a}{15b^2}}$ $\left[\sqrt{\frac{1}{3}};\ \frac{\sqrt[4]{15a}}{2}\right]$

133 $\sqrt[12]{3x^2y} : \sqrt[6]{\frac{6}{x}}$; $\sqrt[6]{\frac{a-b}{a+b}} : \sqrt[12]{\frac{a-b}{a+b}}$ $\left[\sqrt[12]{\frac{x^4y}{12}};\ \sqrt[12]{\frac{a-b}{a+b}}\right]$

134 $\left(\sqrt[3]{x^2-2xy+y^2} : \sqrt{\frac{x-y}{x+3}}\right) \cdot \left(\sqrt{\frac{x^2-y^2}{x^2-9}} : \sqrt[3]{\frac{x+y}{x-3}}\right)$ $\left[\sqrt[6]{\frac{(x-y)^4(x+y)}{x-3}}\right]$

135 $\sqrt[5]{\frac{2x}{x+1}} \cdot \sqrt[10]{\frac{x+1}{2}} : \sqrt[15]{\frac{x^3}{4}}$ $\left[\sqrt[30]{\frac{2^7}{(x+1)^3}}\right]$

136 $\sqrt{\frac{2x-3}{2x+3}} \cdot \sqrt{\frac{2x-3}{4x^2+9+12x}} : \sqrt[3]{\frac{4x-6}{(2x+3)^2}}$ $\left[\sqrt[6]{\frac{(2x-3)^4}{(2x+3)^5}}\right]$

137 $\sqrt{\frac{x}{y}+\frac{y}{x}} : \sqrt{\frac{x}{y}-\frac{y}{x}}$ $\left[\sqrt{\frac{x^2+y^2}{x^2-y^2}}\right]$

138 $\sqrt[3]{\frac{1}{a^2}+a^2+2} \cdot \sqrt{\frac{a}{a^4-1}} : \sqrt[6]{\frac{a}{a^2-1}}$ $\left[\sqrt[6]{\frac{a^2+1}{a^2(a^2-1)^2}}\right]$

139 $\left(\sqrt{\frac{a^2+ab}{a^2-ab}} : \sqrt[3]{\frac{a^2+2ab+b^2}{a^3-a^2b}}\right) : \sqrt{\frac{a}{a+b}}$ $\left[\sqrt[6]{\frac{a(a+b)^2}{a-b}}\right]$

140 $\left(\sqrt{\frac{x^2-1+ax-a}{x^3-3x^2+3x-1}} : \sqrt[3]{\frac{x-1}{x-1-a}}\right) : \sqrt{\frac{x^2-1-a^2-2a}{(x-1)^4}}$ $\left[\sqrt[6]{\frac{(x-1)^4}{x-1-a}}\right]$

141 $\left(\sqrt{\frac{a^2}{b^2}+\frac{b^2}{a^2}-2} : \sqrt{\frac{1}{b}-\frac{1}{a}}\right) \cdot \sqrt[4]{\frac{a^3b^2-a^2b^3}{(a+b)^4}}$ $\left[\sqrt[4]{(a-b)^3}\right]$

142 $\left(\sqrt{\frac{(x-y)^3}{x+y}} \cdot \sqrt[3]{\frac{x+y}{x-y}}\right) : (\sqrt{x^2-y^2} \cdot \sqrt{x+y})$ $\left[\frac{1}{x+y}\sqrt[6]{\frac{(x-y)^4}{x+y}}\right]$

143 $\frac{\sqrt{x^2-y^2}}{\sqrt{x^3-y^3}} \cdot \frac{\sqrt{x^2+xy+y^2}}{\sqrt[3]{x+y}}$ $\left[\sqrt[6]{x+y}\right]$

144 $\sqrt[3]{\frac{2x-7}{4x^2-49}} : \frac{\sqrt[6]{2x+7}}{\sqrt{2x+7}}$ [1]

145 $\sqrt[4]{\frac{4a^4b^4}{a^2+2ab+b^2}} : \sqrt[6]{\frac{a^6b^6}{a^3+3a^2b+3ab^2+b^3}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$ [1]

146 $\sqrt{\frac{a^2+2a-3}{a^2+6a+9}} \cdot \sqrt{\frac{a^2}{a^2-1}} : \sqrt[3]{\frac{a^2}{a+1}}$ $\left[\sqrt[6]{\frac{a^2}{(a+1)(a+3)^3}}\right]$

147 $\sqrt[5]{\frac{(x-2)^3}{x^2-4}} : \frac{\sqrt[3]{x+2}\sqrt{x-2}}{\sqrt[9]{x^4-16}}$ $\left[\sqrt[90]{\frac{(x^2+4)^{10}(x-2)}{(x+2)^{38}}}\right]$

148 $\sqrt[m]{a^2} \cdot \sqrt[2m]{a}$ $\left[\sqrt[2m]{a^5}\right]$

149 $\sqrt[m]{ab^2} : \sqrt[2m]{a^2b}$ $\left[\sqrt[2m]{b^3}\right]$

150 $\sqrt[2m]{x^2y^4} \cdot \sqrt[m]{x^3y}$ $\left[\sqrt[m]{x^4y^3}\right]$

151 $\sqrt[3m]{a} : \sqrt[2m]{a^3}$ $\left[\sqrt[6m]{\frac{1}{a^7}}\right]$

152 $\sqrt[5]{a^mb^2} \cdot \sqrt{a^2b^3}$ $\left[\sqrt[10]{a^{2m+10}b^{19}}\right]$

153 $\sqrt[7]{a^p : a^q} \cdot \sqrt[14]{a^{p+2q}}$ $\left[\sqrt[14]{a^{3p}}\right]$

154 $\frac{\sqrt[30]{\frac{(a-1)(a^3-3a^2+3a-1)}{a^2+2a+1}} : \sqrt[15]{\frac{(a+1)^4}{(a-1)^3}}}{\sqrt{\frac{a^4-1}{(a^2-1)(a+1)^3}}} \cdot \sqrt{a^2+1}$ $\left[(a+1)\sqrt[6]{(a-1)^2(a+1)}\right]$

Quali errori sono stati commessi nello svolgere i seguenti esercizi?

155 $\sqrt{-3} \cdot \sqrt{-2} = \sqrt{(-3) \cdot (-2)} = \sqrt{6}$

156 $\sqrt{-2} \cdot \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{(-2)^2 \cdot 3} = \sqrt[4]{12}$

157 $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[6]{b} = \sqrt[18]{ab}$

158 $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{2} = \sqrt[6]{4}$

Eseguire le potenze e le altre operazioni indicate:

159 $(\sqrt{2})^2$; $(2\sqrt{2})^2$; $(3\sqrt{4})^2$; [2; 8; 36]

160 $(a\sqrt{b})^2$; $(a\sqrt[3]{b^2})^4$; $\left(\frac{1}{2} a \sqrt{ab}\right)^2$ $\left[a^2b;\ a^4b^2\sqrt[3]{b^2};\ \frac{a^3b}{4}\right]$

161 $(3a\sqrt{a})^3$; $(a\sqrt{a})^4$; $\left(\frac{2}{3}\sqrt[5]{\frac{9}{2}}\right)^3$ $\left[27a^4\sqrt{a};\ a^6;\ \frac{2^2}{3}\sqrt[5]{\frac{2^2}{3^4}}\right]$

162 $(\sqrt{a-b})^2$; $(\sqrt[3]{a-b})^4$; $\frac{(\sqrt{a+b})^3}{a+b}$ $[a-b;\ (a-b)\sqrt[3]{a-b};\ \sqrt{a+b}]$

163 $(\sqrt[5]{a^2b^2c^4})^2$; $\left(\frac{1}{2}\sqrt[3]{4ab^5}\right)^2$; $(\sqrt{ab^2})^3 : (\sqrt[3]{a^2b})^2$ $\left[c\sqrt[5]{a^4b^4c^3};\ \frac{b^3\sqrt[3]{2a^2b}}{2};\ b^2\sqrt[6]{ab^2}\right]$

164 $\left(\sqrt{\frac{a}{b}} \cdot \sqrt[3]{\frac{b}{a}}\right)^4$; $\left(\frac{\sqrt{a}}{\sqrt[3]{2}} : \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt{8}}\right)^2$ $\left[\sqrt[3]{\frac{a^2}{b^2}};\ 4\sqrt[3]{2a}\right]$

165 $(\sqrt{x+1})^3 \cdot (\sqrt{x^2-1})^3 : \sqrt{(x-1)^3}$ $[(x+1)^3]$

166 $\left(\sqrt[3]{\frac{a-2b}{a+2b}} \cdot \sqrt{\frac{a+2b}{2a-4b}} : \sqrt[6]{a+2b}\right)^2$ $\left[\sqrt[3]{\frac{1}{8(a-2b)}}\right]$

167 $(\sqrt[3]{x^2-4} : \sqrt[3]{x^2-4x+4})^2 \cdot \left(\sqrt[3]{\frac{x^3-8}{x^2+2x+4}}\right)^3$ $[\sqrt[3]{(x-2)(x+2)^2}]$

168 $\left(\sqrt{a^4-b^4}\cdot\sqrt{\dfrac{2a}{a^4+b^4+2a^2b^2}}\right)^3 : (\sqrt[3]{4a})^2$ $\left[\dfrac{a^2-b^2}{a^2+b^2}\sqrt[6]{\dfrac{2a^5(a^2-b^2)^3}{(a^2+b^2)^3}}\right]$

169 $\left[\sqrt[3]{\dfrac{1}{4}+a^2+a} : (\sqrt[6]{1+2a}\cdot\sqrt[6]{2})^3\right]\cdot 2\sqrt[6]{2}$ $[\sqrt[6]{1+2a}]$

Scrivere le seguenti espressioni in modo che in esse compaia un'unica radice:

170 $\sqrt[3]{\sqrt{2}}$; $\sqrt{\sqrt{27}}$; $\sqrt{\sqrt[3]{16}}$ $[\sqrt[6]{2};\ \sqrt[4]{27};\ \sqrt[3]{4}]$

171 $\sqrt{2\sqrt{2}}$; $\sqrt{3\sqrt[3]{3}}$; $\sqrt{3\sqrt{\dfrac{1}{3}}}$ $[\sqrt[4]{8};\ \sqrt[3]{9};\ \sqrt[4]{3}]$

172 $\sqrt{2\sqrt{2\sqrt{2}}}$ $\sqrt{\dfrac{1}{2}\sqrt{2\sqrt{\dfrac{1}{2}}}}$; $\sqrt[5]{\dfrac{4}{5}\sqrt{\dfrac{5}{2}}}$ $\left[\sqrt[8]{2^7};\ \sqrt[8]{\dfrac{1}{8}};\ \sqrt[10]{\dfrac{8}{5}}\right]$

173 $\sqrt{a\sqrt{a^3}}$ $\sqrt{a\sqrt{b\sqrt{ab}}}$; $\sqrt[3]{\dfrac{1}{a^2b}\sqrt{ab^2}}$ $\left[a\sqrt[4]{a};\ \sqrt[8]{a^5b^3};\ \sqrt{\dfrac{1}{a}}\right]$

174 $\sqrt{x\sqrt{x\sqrt{x}}}$; $\sqrt[3]{a^2\sqrt{a^3\sqrt{a}}}$; $\sqrt[5]{\dfrac{1}{a^3}\sqrt{\dfrac{1}{a}\sqrt{a^5}}}$ $\left[\sqrt[8]{x^7};\ a\sqrt[4]{a};\ \sqrt[20]{\dfrac{1}{a^9}}\right]$

175 $\sqrt[3]{\dfrac{a}{b}:\sqrt{\sqrt{\dfrac{a^3}{b^2}}}}$; $\sqrt{2a^2b\sqrt[3]{16ab^2}}$ $\left[\sqrt[12]{\dfrac{a}{b^2}};\ 2a\sqrt[6]{2ab^5}\right]$

176 $\sqrt{(a+b)\sqrt{a+b}}$; $\sqrt{2(a-b)\sqrt[3]{\dfrac{1}{4a-4b}}}$ $[\sqrt[4]{(a+b)^3};\ \sqrt[6]{2(a-b)^2}]$

177 $\sqrt[3]{(x+1)\sqrt{\dfrac{1}{x^2-1}}}$; $\sqrt{(x+2)\sqrt{\dfrac{1}{x+2}\sqrt{\dfrac{1}{x+2}}}}$ $\left[\sqrt[6]{\dfrac{x+1}{x-1}};\ \sqrt[8]{x+2}\right]$

178 $\sqrt{x\sqrt[3]{x}}\cdot\sqrt[3]{x^2\sqrt{x}} : \sqrt[6]{x^5}$ $[\sqrt[3]{x^2}]$

179 $\left(\sqrt[5]{\frac{x}{y}\sqrt{\frac{y}{x}}} : \sqrt{\frac{x}{y}\sqrt[5]{\frac{y}{x}}}\right)^2 \cdot \sqrt[5]{\left(\frac{x}{y}\right)^3}$ [1]

180 $\sqrt{(2x+3)\sqrt{2x+3}} : \sqrt[6]{2x+3}$ $[\sqrt[12]{(2x+3)^7}]$

181 $\left(\sqrt{(x+y)^3\sqrt[3]{x+y}} : \sqrt{\sqrt{x+y}}\right) : (x+y)$ $[\sqrt[12]{(x+y)^5}]$

182 $\sqrt{(x^3-y^3)\sqrt{\frac{1}{x^2+xy+y^2}}} : \sqrt{(x^2+xy+y^2)\sqrt{x-y}}$ $\left[\sqrt[4]{\frac{x-y}{x^2+xy+y^2}}\right]$

183 $\sqrt[3]{(x^2+2xy+y^2)\sqrt{\frac{1}{x+y}}} \cdot \sqrt{\sqrt{(x+y)^3}}$ $[(x+y)\sqrt[4]{x+y}]$

184 $\left(\sqrt[9]{(2-a)\sqrt{\frac{1}{2-a}}}\right)^3 : \sqrt{\sqrt[3]{2-a}}$ [1]

185 $\sqrt{(x-3y)^2\sqrt{(x-3y)\sqrt[3]{(x-3y)^2}}} : (x-3y)$ $[\sqrt[12]{(x-3y)^5}]$

186 $\frac{\sqrt{a\sqrt{b}}}{\sqrt[3]{b\sqrt{a}}} \cdot \sqrt{\frac{a}{b}\sqrt{\frac{b^2}{a}}} \cdot \sqrt[6]{\frac{a^3}{b^2}}$ $\left[\sqrt[12]{\frac{a^{13}}{b^5}}\right]$

187 $\frac{\sqrt{2\sqrt{3\sqrt{2}}}}{\sqrt{3\sqrt[4]{2}}} : \frac{\sqrt{\sqrt{6}}}{\sqrt{3\sqrt{2\sqrt{6}}}}$ $[\sqrt[8]{96}]$

188 $\frac{\sqrt{(2a-3)\sqrt{\frac{1}{4a^2-9}}}}{\sqrt{(2a+3)\sqrt[3]{\frac{1}{4a^2-9}}}}$ $\left[\sqrt[12]{\frac{(2a-3)^5}{(2a+3)^7}}\right]$

189 $\sqrt{\dfrac{(2x-y)\sqrt[3]{(2x-y)^3}}{\sqrt[4]{(2x-y)^3}}}$ $\left[\sqrt[24]{(2x-y)^{11}}\right]$

190 $\sqrt[m]{(2x+y)\sqrt[3]{(2x+y)^m}}$ $\left[\sqrt[3m]{(2x+y)^{m+3}}\right]$

191 $\sqrt[3]{(x-4y)^m\sqrt{(x-4y)^3}} : \sqrt[6]{(x-4y)^5}$ $\left[\sqrt[3]{(x-4y)^{m-1}}\right]$

192 $\sqrt[m]{a\sqrt[n]{a}}$; $\sqrt[m]{a^3\sqrt[n]{a^2}}$ $\left[\sqrt[m.n]{a^{n+1}};\ \sqrt[m.n]{a^{3n+2}}\right]$

193 $\sqrt{\dfrac{a^m\sqrt{a}}{\sqrt[3]{a^m}}}$; $\sqrt{\dfrac{x^3\sqrt[m]{x}}{\sqrt{x^3}}}$ $\left[\sqrt[12]{a^{4m+3}};\ \sqrt[4m]{x^{3m+2}}\right]$

Quali errori sono stati commessi nello svolgere i seguenti esercizi?

194 $\sqrt{2\sqrt{3}} = \sqrt{\sqrt{2^2+3}} = \sqrt[4]{7}$

195 $\sqrt{a\sqrt[3]{b}} = \sqrt{\sqrt[3]{a^3+b}} = \sqrt[6]{a^3+b}$

196 $(\sqrt[3]{2a})^2 = \sqrt[6]{2a}$

197 $(\sqrt[5]{3a^2})^2 = \sqrt[10]{3a^2}$

198 $\sqrt[3]{\sqrt{a}} = \sqrt[5]{a}$

199 $\sqrt[5]{\sqrt{ab^2}} = \sqrt[7]{ab^2}$

Eseguire la riduzione dei monomi irrazionali simili:

200 $3\sqrt{2}+4\sqrt{2}-5\sqrt{2}$; $\sqrt{3}-5\sqrt{3}-\sqrt{3}$ $[2\sqrt{2};\ -5\sqrt{3}]$

201 $5\sqrt{7}-12\sqrt{7}-\sqrt{7}$; $2\sqrt{3}-5\sqrt{12}$ $[-8\sqrt{7};\ -8\sqrt{3}]$

202 $\sqrt{12}-2\sqrt{27}+8\sqrt{75}$; $-\sqrt{8}+\sqrt{18}-3\sqrt{50}$ $[36\sqrt{3};\ -14\sqrt{2}]$

203 $\dfrac{1}{2}\sqrt{3}-\dfrac{1}{3}\sqrt{27}+\dfrac{1}{4}\sqrt{12}-\sqrt{48}$ $[-4\sqrt{3}]$

204 $2\sqrt{5}-\dfrac{1}{2}\sqrt{125}-3\sqrt{20}+8\sqrt{5}$ $\left[\dfrac{3}{2}\sqrt{5}\right]$

205 $-\sqrt{\frac{3}{2}}+\sqrt{\frac{27}{8}}-\frac{2}{3}\sqrt{\frac{15}{10}}$ $\left[-\frac{1}{6}\sqrt{\frac{3}{2}}\right]$

206 $\sqrt[3]{81}-2\sqrt[3]{3}+5\sqrt[3]{24}-\sqrt[3]{\frac{3}{8}}$ $\left[\frac{21}{2}\sqrt[3]{3}\right]$

207 $\sqrt[4]{2}-\frac{1}{2}\sqrt[4]{32}+\frac{3}{5}\sqrt[4]{162}-\frac{8}{5}\sqrt[4]{1250}$ $\left[-\frac{31}{5}\sqrt[4]{2}\right]$

208 $3\sqrt{a}-\frac{5}{4}\sqrt{a}+\frac{3}{2}\sqrt{\frac{a}{81}}-10\sqrt{a}$ $\left[-\frac{97}{12}\sqrt{a}\right]$

209 $2b\sqrt{a}-\frac{1}{2}\sqrt{ab^2}+\frac{3b}{2a}\sqrt{a^3}$ $[3b\sqrt{a}]$

210 $\sqrt{75}-4\sqrt{8}+\frac{1}{2}\sqrt{3}-\sqrt{32}$ $\left[\frac{11}{2}\sqrt{3}-12\sqrt{2}\right]$

211 $\sqrt{9a}-3\sqrt{2a}+\frac{1}{2}\sqrt{25a}-\frac{1}{2}\sqrt{18a}$ $\left[\frac{11}{2}\sqrt{a}-\frac{9}{2}\sqrt{2a}\right]$

212 $\sqrt{81a^3}-a\sqrt{\frac{49a}{9}}+\sqrt{ab}-\frac{1}{b}\sqrt{ab^3}$ $\left[\frac{20}{3}a\sqrt{a}\right]$

213 $\sqrt[3]{2}+\frac{3}{2}\sqrt{2}-\frac{8}{5}\sqrt[3]{16}+\frac{1}{3}\sqrt{\frac{8}{9}}$ $\left[-\frac{11}{5}\sqrt[3]{2}+\frac{31}{18}\sqrt{2}\right]$

214 $\sqrt{a-b}+\frac{3}{2}\sqrt{a-b}+\sqrt{\frac{a-b}{16}}$ $\left[\frac{11}{4}\sqrt{a-b}\right]$

215 $\frac{1}{2}\sqrt{9-9x^2}+\frac{1}{3}\sqrt{25-25x^2}-\frac{1}{2}\sqrt{\frac{1-x^2}{9}}$ $[3\sqrt{1-x^2}]$

216 $a\sqrt{x}+2\sqrt{b^2x}-\frac{1}{2}\sqrt{a^2x}+b\sqrt{x}$ $\left[\left(3b+\frac{a}{2}\right)\sqrt{x}\right]$

217 $\sqrt[3]{a+5}-2\sqrt[3]{(a+5)^2\,(a^2+25+10a)}+3a\sqrt[3]{a+5}$ $[(a-9)\sqrt[3]{a+5}]$

218 $\sqrt{(x-y)\,(x^3+3x^2y+3xy^2+y^3)}+\sqrt{4x^2-4y^2}$ $[(x+y+2)\sqrt{x^2-y^2}]$

219 $\sqrt{\frac{a-b}{4a^2}} - \frac{3}{2}\sqrt{\frac{1}{4a} - \frac{b}{4a^2}} - \frac{1}{a}\sqrt{a-b}$ $\left[-\frac{5}{4a}\sqrt{a-b}\right]$

220 $y\sqrt{\frac{2x-y}{x^2}} + 2x\sqrt{\frac{2}{x} - \frac{y}{x^2}} + \sqrt{\frac{8x^3 - 12x^2y + 6xy^2 - y^3}{x^2}}$ $[4\sqrt{2x-y}]$

221 $a\sqrt[3]{a-b} + \frac{a}{b}\sqrt[3]{ab^3 - b^4} + 2\sqrt[3]{a^4 - a^3b}$ $[4a\sqrt[3]{a-b}]$

222 $\sqrt{\frac{a-b}{a+b}} - \sqrt{\frac{4a-4b}{9a+9b}} + \frac{4}{5}\sqrt{1 - \frac{2b}{a+b}}$ $\left[\frac{17}{15}\sqrt{\frac{a-b}{a+b}}\right]$

223 $\sqrt{a^3 + 2a^2b + ab^2} - \sqrt{a^3 - 2a^2b + ab^2} + (8a - b)\sqrt{a}$ $[(8a+b)\sqrt{a}]$

224 $\sqrt{9x-9} + \frac{1}{x}\sqrt{4x-4} + \frac{2}{3}\sqrt{\frac{x-1}{y^2}} - xy\sqrt{\frac{9x-9}{x^2y^2}}$ $\left[\frac{6y+2x}{3xy}\sqrt{x-1}\right]$

225 $\sqrt[3]{(a-2)^2(a^2-4)} + 2a\sqrt[3]{a+2} - 2\sqrt[3]{(a+2)^4}$ $[(a-6)\sqrt[3]{a+2}]$

226 $\sqrt[5]{a^6 + 3a^5} - \frac{1}{2}\sqrt[5]{ab^5 + 3b^5} + \frac{3b}{2}\sqrt[5]{a+3} - (a+b)\sqrt[5]{a+3}$ $[0]$

227 $\sqrt[3]{(a^2 + 9 + 6a)^2} - a\sqrt[3]{a+3} - \sqrt[3]{\frac{a+3}{27}}$ $\left[\frac{8}{3}\sqrt[3]{a+3}\right]$

Eseguire i prodotti e svolgere le potenze quindi semplificare, se possibile, i risultati ottenuti:

228 $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(\sqrt{2} - 2\sqrt{3})$ $[-4 - \sqrt{6}]$

229 $(a\sqrt{x} - b\sqrt{y})(2a\sqrt{x} + b\sqrt{y}) + b\sqrt{y}(a\sqrt{x} + b\sqrt{y})$ $[2a^2x]$

230 $(2a\sqrt[3]{3} - 3a\sqrt[3]{2})(\sqrt[3]{9} + \sqrt[3]{4})$ $[a(2\sqrt[3]{12} - 3\sqrt[3]{18})]$

231 $(\sqrt{a} - 2\sqrt{b})(\sqrt{a} + 2\sqrt{b}) - a\left(1 - \frac{4b}{a}\right)$ $[0]$

232 $(\sqrt{a} + 3\sqrt{b})^2$ $[a + 9b + 6\sqrt{ab}]$

233 $(\sqrt{3}+1-\sqrt{2})^2$ $[2\,(3+\sqrt{3}-\sqrt{6}-\sqrt{2})]$

234 $(1-2\sqrt{2})^2+(2+\sqrt{2})^2-3$ $[12]$

235 $(\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{3})^3$ $[5+3\sqrt[3]{12}+3\sqrt[3]{18}]$

236 $(\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b})\,(\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2})$ $[a-b]$

237 $(\sqrt{a}-3\sqrt{b})^2-(2\sqrt{a}+\sqrt{b})\,(2\sqrt{a}-\sqrt{b})+3\,(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2$ $[13b]$

238 $(1-\sqrt{2})^3+(2+\sqrt{2})^3-(3\sqrt{2}-2)^3$ $[143-81\sqrt{2}]$

239 $[(\sqrt{2}-1)\,(\sqrt{2}+1)]^2-(2-\sqrt[4]{4})^2-4\sqrt{2}$ $[-5]$

240 $(\sqrt{a}-1)^3+2\,(2-3\sqrt{a})^3+3\,(23\sqrt{a}-35a-5)$ $[-53a\sqrt{a}]$

Razionalizzare i denominatori delle seguenti frazioni:

241 $\dfrac{2}{\sqrt{3}}$; $\dfrac{1}{\sqrt{2}}$; $\dfrac{5}{\sqrt{5}}$ $\left[\dfrac{2\sqrt{3}}{3};\ \dfrac{\sqrt{2}}{2};\ \sqrt{5}\right]$

242 $\dfrac{3}{2\sqrt{3}}$; $\dfrac{5}{3\sqrt{2}}$; $\dfrac{4}{\sqrt{18}}$ $\left[\dfrac{\sqrt{3}}{2};\ \dfrac{5\sqrt{2}}{6};\ \dfrac{2\sqrt{2}}{3}\right]$

243 $\dfrac{12}{\sqrt{6}}$; $\dfrac{5}{2\sqrt{15}}$; $\dfrac{\sqrt{2}}{2\sqrt{3}}$ $\left[2\sqrt{6};\ \dfrac{\sqrt{15}}{6};\ \dfrac{\sqrt{6}}{6}\right]$

244 $\dfrac{1}{\sqrt[3]{2}}$; $\dfrac{2}{\sqrt[3]{4}}$; $\dfrac{3}{\sqrt[3]{3}}$ $\left[\dfrac{\sqrt[3]{4}}{2};\ \sqrt[3]{2};\ \sqrt[3]{9}\right]$

245 $\dfrac{1}{\sqrt{a}}$; $\dfrac{2b}{\sqrt{3b}}$; $\dfrac{5ab}{2\sqrt{5a}}$ $\left[\dfrac{\sqrt{a}}{a};\ \dfrac{2\sqrt{3b}}{3};\ \dfrac{b\sqrt{5a}}{2}\right]$

246 $\dfrac{2a}{\sqrt{ab}}$; $\dfrac{\sqrt{a}}{2\sqrt{b}}$; $\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{4b^3}}$ $\left[\dfrac{2\sqrt{ab}}{b};\ \dfrac{\sqrt{ab}}{2b};\ \dfrac{\sqrt{ab}}{2b^2}\right]$

247 $\frac{6}{\sqrt[3]{3}}$; $\frac{5}{\sqrt[5]{5}}$; $\frac{2a}{\sqrt[3]{a}}$ $[2\sqrt[3]{9};\ \sqrt[5]{625};\ 2\sqrt[3]{a^2}]$

248 $\frac{ab}{\sqrt[4]{a^2b^3}}$; $\frac{2xy^2}{\sqrt[5]{8xy^3}}$; $\frac{2a}{\sqrt[6]{a^2b^5}}$ $\left[\sqrt[4]{a^2b};\ y\sqrt[5]{4x^4y^2};\ \frac{2\sqrt[6]{a^4b}}{b}\right]$

249 $\frac{b}{\sqrt[3]{ab^2}}$; $\frac{2x}{\sqrt[4]{4x^3}}$; $\frac{5ab}{\sqrt[6]{a^4b}}$ $\left[\frac{\sqrt[3]{a^2b}}{a};\ \sqrt[4]{4x};\ 5\sqrt[6]{a^2b^5}\right]$

250 $\frac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}}{\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{a}-2\sqrt{b}}{\sqrt{a}}$; $\frac{\sqrt{2x}-2\sqrt{y}}{\sqrt{2x}}$ $\left[1+\sqrt{6};\ \frac{a-2\sqrt{ab}}{a};\ \frac{x-\sqrt{2xy}}{x}\right]$

251 $\frac{4-\sqrt{2}}{2\sqrt{2}}$; $\frac{\sqrt{2}-2\sqrt{3}}{\sqrt{6}}$; $\frac{\sqrt{a}-\sqrt{ab}}{2\sqrt{ac}}$ $\left[\frac{2\sqrt{2}-1}{2};\ \frac{\sqrt{3}}{3}-\sqrt{2};\ \frac{\sqrt{c}-\sqrt{bc}}{2c}\right]$

252 $\frac{3a\sqrt[3]{a}}{\sqrt{a}}$; $\frac{2\sqrt[4]{2}}{\sqrt[3]{2}}$; $\frac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[4]{3^3}}$ $\left[3\sqrt[6]{a^5};\ \sqrt[12]{2^{11}};\ \frac{\sqrt[12]{3^7}}{3}\right]$

253 $\frac{1}{\sqrt{x+y}}$; $\frac{x^2-2xy+y^2}{\sqrt{x-y}}$ $\left[\frac{\sqrt{x+y}}{x+y};\ (x-y)\sqrt{x-y}\right]$

254 $\frac{a^3-6a^2+12a-8}{\sqrt{2a-4}}$; $\frac{a^2-b^2}{\sqrt{a-b}}$ $\left[\frac{(a-2)^2\sqrt{2a-4}}{2};\ (a+b)\sqrt{a-b}\right]$

255 $\frac{1}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$; $\frac{2}{\sqrt{3}-1}$; $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}+1}$ $[\sqrt{3}+\sqrt{2};\ \sqrt{3}+1;\ 2-\sqrt{2}]$

256 $\frac{3}{2-\sqrt{3}}$; $\frac{2\sqrt{2}}{3-\sqrt{2}}$; $\frac{\sqrt{3}}{1+\sqrt{3}}$ $\left[3(2+\sqrt{3});\ \frac{2(3\sqrt{2}+2)}{7};\ \frac{3-\sqrt{3}}{2}\right]$

257 $\frac{6}{\sqrt{5}-\sqrt{3}}$; $\frac{\sqrt{2}-1}{\sqrt{2}+1}$; $\frac{2}{\sqrt{5}+\sqrt{7}}$ $[3(\sqrt{5}+\sqrt{3});\ 3-2\sqrt{2};\ \sqrt{7}-\sqrt{5}]$

258 $\frac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}$; $\frac{1+2\sqrt{2}}{\sqrt{8}-1}$ $\left[-5+2\sqrt{6};\ \frac{4\sqrt{2}+9}{7}\right]$

259 $\frac{2a}{\sqrt{a}-1}$; $\frac{x^2-2xy+y^2}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}$; $\frac{2}{\sqrt{2x}-2}$

$\left[\frac{2a(\sqrt{a}+1)}{a-1};\ (x-y)(\sqrt{x}+\sqrt{y});\ \frac{\sqrt{2x}+2}{x-2}\right]$

260 $\dfrac{a-b}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}; \quad \dfrac{\sqrt{a}}{a-\sqrt{a}}$ $\left[\sqrt{a}-\sqrt{b}; \quad \dfrac{\sqrt{a}+1}{a-1}\right]$

261 $\dfrac{1-x^2}{2-2\sqrt{x}}; \quad \dfrac{\sqrt{ab}}{b-\sqrt{b}};$ $\left[\dfrac{(1+x)(1+\sqrt{x})}{2}; \quad \dfrac{\sqrt{ab}+\sqrt{a}}{b-1}\right]$

262 $\dfrac{1}{\sqrt{x+1}-\sqrt{x-1}}; \quad \dfrac{\sqrt{a+2}-\sqrt{a-2}}{\sqrt{a+2}+\sqrt{a-2}}$ $\left[\dfrac{\sqrt{x+1}+\sqrt{x-1}}{2}; \quad \dfrac{a-\sqrt{a^2-4}}{2}\right]$

263 $\dfrac{\sqrt{a+2}-1}{\sqrt{a+2}+1}; \quad \dfrac{2y}{x-\sqrt{x^2+y}}$ $\left[\dfrac{a+3-2\sqrt{a+2}}{a+1}; \quad -2(x+\sqrt{x^2+y})\right]$

264 $\dfrac{1}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{2x}}; \quad \dfrac{\sqrt{a}-2a}{a^2-a\sqrt{a}}$ $\left[\sqrt{2x+1}+\sqrt{2x}; \quad \dfrac{1-2a-\sqrt{a}}{a(a-1)}\right]$

265 $\dfrac{1}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}}; \dfrac{2}{1-\sqrt{2}+\sqrt{3}}$ $\left[\dfrac{3\sqrt{2}+2\sqrt{3}+\sqrt{30}}{12}; \quad \dfrac{\sqrt{6}-\sqrt{2}+2}{2}\right]$

266 $\dfrac{7-2\sqrt{15}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}+1}; \quad \dfrac{\sqrt{2}}{2-\sqrt{2}+\sqrt{6}}$ $\left[\sqrt{3}-\sqrt{5}-1; \quad \dfrac{\sqrt{6}+\sqrt{2}-2}{4}\right]$

267 $\dfrac{1-\sqrt{2}+\sqrt{5}}{1-\sqrt{2}-\sqrt{5}}$ $[6-5\sqrt{2}+3\sqrt{5}-2\sqrt{10}]$

268 $\dfrac{\sqrt{3}+3\sqrt{2}-2}{2\sqrt{3}-\sqrt{2}-2}$ $\left[\dfrac{17\sqrt{6}+22\sqrt{3}+28\sqrt{2}+40}{2}\right]$

269 $\dfrac{7}{\sqrt[3]{2}+\sqrt[3]{5}}; \quad \dfrac{1}{\sqrt[3]{2}-\sqrt[3]{5}}$ $\left[\sqrt[3]{4}-\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{25}; \quad -\dfrac{\sqrt[3]{4}+\sqrt[3]{10}+\sqrt[3]{25}}{3}\right]$

270 $\dfrac{a-b}{\sqrt[3]{a}-\sqrt[3]{b}}; \quad \dfrac{2}{\sqrt[3]{3}-1}$ $[\sqrt[3]{a^2}+\sqrt[3]{ab}+\sqrt[3]{b^2}; \quad \sqrt[3]{9}+\sqrt[3]{3}+1]$

Trasformare, se possibile, i seguenti radicali doppi in radicali semplici:

271 $\sqrt{9+\sqrt{80}}$ $[\sqrt{5}+2]$

272 $\sqrt{5-\sqrt{24}}$ $[\sqrt{3}-\sqrt{2}]$

273 $\sqrt{6+\sqrt{11}}$; $\sqrt{6-\sqrt{11}}$ $\left[\frac{\sqrt{22}+\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{22}-\sqrt{2}}{2}\right]$

274 $\sqrt{12-\sqrt{44}}$; $\sqrt{12+\sqrt{44}}$ $[\sqrt{11}-1; \sqrt{11}+1]$

275 $\sqrt{3-2\sqrt{2}}$; $\sqrt{5-\sqrt{3}}$ $[\sqrt{2}-1;$ non trasformabile$]$

276 $\sqrt{7+2\sqrt{6}}$; $\sqrt{7-2\sqrt{6}}$ $[\sqrt{6}+1; \sqrt{6}-1]$

277 $\sqrt{6-2\sqrt{3}}$; $\sqrt{2\sqrt{5}+6}$ [non trasformabile; $\sqrt{5}+1$]

278 $\sqrt{15+2\sqrt{14}}$; $\sqrt{15-2\sqrt{14}}$ $[\sqrt{14}+1; \sqrt{14}-1]$

279 $\sqrt{a+\sqrt{2a-1}}$ $\left[\frac{\sqrt{4a-2}+\sqrt{2}}{2}\right]$

280 $\sqrt{a-2\sqrt{a-1}}$ $[\sqrt{a-1}-1]$

281 $\sqrt{a+b-2\sqrt{ab}}$ $[\sqrt{a}-\sqrt{b}]$

282 $\sqrt{x+2y+2\sqrt{y^2+xy}}$ $[\sqrt{x+y}+\sqrt{y}]$

283 $\sqrt{a^3+1-2\sqrt{a^3}}$ $[a\sqrt{a}-1]$

Esercizi di riepilogo sui radicali aritmetici:

284 $\dfrac{2+\frac{\sqrt{2}}{2}}{2-\frac{\sqrt{2}}{2}}+(1-\sqrt{2})^2-(1+\sqrt{2})(2-\sqrt{2})$ $\left[\frac{30-17\sqrt{2}}{7}\right]$

285 $\dfrac{3+\sqrt{3}}{3-\sqrt{3}}\cdot\dfrac{1}{2+\sqrt{3}}-(1-\sqrt{2})^2$ $[2\sqrt{2}-2]$

286 $\dfrac{1-\sqrt{3}}{\sqrt{2}-1}-(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2+\sqrt{3}(3\sqrt{2}+1)$ $[\sqrt{2}-4]$

287 $\left(\frac{1}{\sqrt{3}-1}-\frac{1}{\sqrt{3}+1}\right):\frac{2}{\sqrt{3}-2}-\frac{\sqrt{3}}{2}+1$ [0]

288 $\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{2}{\sqrt{3}}\left(\frac{2}{2+\sqrt{3}}-\frac{1}{2-\sqrt{3}}\right):\left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}\right)$ $\left[\frac{3\sqrt{3}-6}{5}\right]$

289 $\left[\frac{3-\sqrt{3}}{3+\sqrt{3}}+(2-\sqrt{3})^2\right](9+5\sqrt{3})+34$ [40]

290 $\frac{\left(\sqrt{3\sqrt{2}}+1\right)(\sqrt[4]{18}-1)(3\sqrt{2}+1)}{\sqrt{19}-\sqrt{2}}-\sqrt{19}$ $[\sqrt{2}]$

291 $\frac{2a-\sqrt{a}}{2\sqrt{a}+1}\cdot\frac{3-\sqrt{a}}{\sqrt{a}}+\frac{4a(\sqrt{a}-4)}{4a-1}$ $\left[\frac{3-13\sqrt{a}}{4a-1}\right]$

292 $2\left(\sqrt[3]{a^2}-\frac{b}{\sqrt[3]{a}}\right):\left(\sqrt[5]{a^3}-\frac{b}{\sqrt[5]{a^2}}\right)+\sqrt[15]{a}$ $[3\sqrt[15]{a}]$

293 $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}+\sqrt{y}}-\frac{\sqrt{y}}{\sqrt{x}-\sqrt{y}}+\frac{2\sqrt{xy}}{x-y}$ [1]

294 $\frac{\sqrt{x+3}}{\sqrt{x+3}-\sqrt{x-3}}-\frac{\sqrt{x-3}}{\sqrt{x+3}+\sqrt{x-3}}$ $\left[\frac{x}{3}\right]$

295 $\frac{2\sqrt{a}+5\sqrt{b}}{2\sqrt{a}-5\sqrt{b}}+\frac{2\sqrt{a}-5\sqrt{b}}{2\sqrt{a}+5\sqrt{b}}+\frac{8a+50b}{25b-4a}$ [0]

296 $\left(\sqrt{\frac{1}{x}}+\sqrt{\frac{1}{y}}\right):\left(\frac{1}{x}-\frac{1}{y}\right)-\sqrt{x}$ $\left[\frac{x(\sqrt{y}+\sqrt{x})}{y-x}\right]$

297 $\left(\frac{\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y}}{\sqrt{x+y}+\sqrt{x-y}}-1\right):\frac{2(\sqrt{x+y}-\sqrt{x-y})}{\sqrt{x-y}}+\frac{x-y}{2y}$ [0]

298 $\left(\frac{\sqrt{a\sqrt{a}}}{\sqrt{a^5}}-\frac{1}{\sqrt{a}}\right)\cdot\frac{1}{\sqrt[4]{a^3}-a^2}-\frac{\sqrt{a}}{a^3}$ [0]

299 $\dfrac{\sqrt{\dfrac{1}{xy}\sqrt{xy}}}{\dfrac{1}{\sqrt{xy}}-1}\cdot\dfrac{\sqrt{xy}-1}{\sqrt[3]{xy}}$ $\left[-\sqrt[12]{\dfrac{1}{xy}}\right]$

300 $\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-2x}}-\sqrt{1-2x}\right)\cdot\dfrac{\sqrt{1-4x^2}}{x}$ $[2\sqrt{1+2x}]$

301 $\left(\dfrac{2\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}-\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}\right)^2+3\sqrt{2}\,(1+\sqrt{3})$ $[9+3\sqrt{3}]$

302 $\left(\sqrt{2a+b}+\dfrac{1}{\sqrt{2a-b}}\right):\left(1+\dfrac{1}{\sqrt{4a^2-b^2}}\right)+2\sqrt{2a+b}$ $[3\sqrt{2a+b}]$

303 $\dfrac{\sqrt{3-2\sqrt{2}}}{\sqrt{3+2\sqrt{2}}}+\dfrac{\sqrt{2}+1}{\sqrt{2}-1}-\dfrac{\sqrt{72}}{\sqrt{2}}$ $[0]$

304 $\left[\left(\dfrac{1}{\sqrt{a^2-a^2x}}-\sqrt{1-x}\right):\left(\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}-\dfrac{1}{a}\right)\right]\dfrac{a-\sqrt{1-x^2}}{\sqrt{(1+x)^3}}-\dfrac{1+ax}{1+x}$ $\left[-\dfrac{a}{1+x}\right]$

305 $\left[\left(\dfrac{a+1}{a+\sqrt{a}}+\dfrac{\sqrt{a}-1}{\sqrt{a}+1}-\dfrac{\sqrt{a}-2}{\sqrt{a}}\right)-\dfrac{3+a}{a+\sqrt{a}}\right]^2$ $[0]$

306 $\left[(\sqrt{a-3})^{-2}-\dfrac{1}{\sqrt{(a-3)^3}}\right]:[(\sqrt{a-3})^2-(\sqrt{a-3})^3]$ $\left[-\dfrac{\sqrt{a-3}}{(a-3)^3}\right]$

307 $\sqrt{\dfrac{2x-y}{2x+y}}-\sqrt{\dfrac{2x+y}{2x-y}}$ $\left[-\dfrac{2y\sqrt{4x^2-y^2}}{4x^2-y^2}\right]$

308 $\left(\dfrac{1+\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}{1-\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}}-\dfrac{\sqrt{5+2\sqrt{6}}}{\sqrt{5-2\sqrt{6}}}\right)^3\cdot\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2-\sqrt{3}}$ $[0]$

309 $\left(\dfrac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}+\sqrt{c}}-\dfrac{2\sqrt{a}}{\sqrt{b}-\sqrt{c}}\right)\cdot\dfrac{b-c}{\sqrt{ab-ac}}:(\sqrt{b}+3\sqrt{c})$ $\left[-\dfrac{\sqrt{b-c}}{b-c}\right]$

310 $\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2-5}{(1-\sqrt{3})^2+\sqrt{3}}-\dfrac{9\sqrt{3}}{4\sqrt{2}-\sqrt{6}}+\dfrac{\sqrt{3}-1}{\sqrt{2}}$ $\left[-\dfrac{7\,(4\sqrt{2}+\sqrt{6})}{26}\right]$

311 $\sqrt{\frac{a^2-4a+3}{a^2-7a+10}}\cdot\sqrt{\frac{a^2-5a+6}{a^2-6a+5}}\cdot\sqrt[3]{\frac{a-5}{a-3}}$ $\left[\sqrt[3]{\frac{(a-3)^2}{(a-5)^2}}\right]$

312 $\frac{(1-\sqrt{a})^3-(1+\sqrt{a})^3}{(2+3\sqrt{a})(2-3\sqrt{a})+9a}-\frac{(2-\sqrt{a})^3-(2+\sqrt{a})^3}{(3-\sqrt{a})(3+\sqrt{a})+a}$ $\left[\frac{21\sqrt{a}-5a\sqrt{a}}{18}\right]$

313 $\left(\sqrt{\frac{19}{20}-\sqrt{\frac{3}{5}}}-\sqrt{3}+\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2$ $\left[\frac{3}{4}\right]$

314 $\left(\frac{2a+\sqrt{4a^2-1}}{2a-\sqrt{4a^2-1}}-\frac{2a-\sqrt{4a^2-1}}{2a+\sqrt{4a^2-1}}\right):\frac{8a^3-2a}{\sqrt{4a^2-1}}$ [4]

315 $\left[\left(\sqrt{3a+1}+\frac{1}{\sqrt{3a-1}}\right):\left(1+\frac{1}{\sqrt{9a^2-1}}\right):\sqrt{(3a+1)\sqrt{3a+1}}\right.$

$\left.\left[\frac{1}{\sqrt[4]{3a+1}}\right]\right.$

316 $\frac{\sqrt{x+\sqrt{x^2-y^2}}+\sqrt{x-\sqrt{x^2-y^2}}}{\sqrt{x+y}}-\frac{2}{\sqrt{2}}$ [0]

317 $\sqrt[3]{(x+2y)\sqrt{\frac{x-2y}{x+2y}}}+\sqrt[3]{(x-2y)\sqrt{\frac{x+2y}{x-2y}}}-2\sqrt[6]{x^2-4y^2}$ [0]

318 $\frac{\sqrt[4]{(3x+5y)\sqrt{\frac{3x-5y}{3x+5y}}}+\sqrt[4]{(3x-5y)\sqrt{\frac{3x+5y}{3x-5y}}}}{\sqrt{9x^2-25y^2}}$ $\left[\frac{2}{\sqrt[8]{(9x^2-25y^2)^3}}\right]$

319 $\left(\frac{a}{\sqrt[4]{a}}+\frac{2ab}{\sqrt[4]{a^2b^2}}+\frac{b}{\sqrt[4]{b}}\right):(\sqrt[4]{a^7}+2\sqrt{a^3b}+\sqrt[4]{a^4b^3})$ $\left[\frac{1}{a}\right]$

320 $\frac{(\sqrt[3]{2x}+\sqrt[3]{3y})(\sqrt[3]{4x^2}-\sqrt[3]{6xy}+\sqrt[3]{9y^2})}{\sqrt[3]{4x^2+9y^2+12xy}}$ $[\sqrt[3]{2x+3y}]$

321 $\frac{\left(\sqrt{\frac{a-3}{a+3}}+\sqrt{\frac{a+3}{a-3}}\right)^2}{\left(\sqrt{\frac{a-3}{a+3}}-\sqrt{\frac{a+3}{a-3}}\right)^2}$ $\left[\frac{a^2}{9}\right]$

322 $\left[\sqrt[3]{\frac{(x-y)^4}{x^2+xy}} : \sqrt{\frac{(x+y)^2\,(x-y)}{x^2+xy}}\right] \cdot \sqrt[6]{\frac{(x+y)^5}{(x-y)^5}} + \frac{x}{\sqrt[6]{x^5}}$ $[2\sqrt[6]{x}]$

323 $\left(\sqrt{4a^2-1} \cdot \sqrt[3]{\frac{2a+1}{4a^2-4a+1}}\right) : \frac{\sqrt[3]{4a^2-1}}{2a+1} - \frac{\sqrt{4a^2-1}}{2a-1}$ $\left[\frac{2a\sqrt{4a^2-1}}{2a-1}\right]$

324 $\frac{\left(\sqrt{a+3} - \frac{1}{\sqrt{a-3}}\right) : \left(1 - \frac{1}{\sqrt{a^2-9}}\right)}{\sqrt{a+3}} + \frac{\sqrt{a+3}+\sqrt{a-3}}{\sqrt{a+3}-\sqrt{a-3}} - \frac{\sqrt{a^2-9}}{3}$

$\left[\frac{a+3}{3}\right]$

325 $\left(\frac{\sqrt{x+2y}-\sqrt{x-2y}}{\sqrt{x+2y}+\sqrt{x-2y}} + \frac{\sqrt{x+2y}+\sqrt{x-2y}}{\sqrt{x+2y}-\sqrt{x-2y}}\right) - \frac{x}{y}$ [0]

326 $\frac{\frac{\sqrt{b}}{1+\sqrt{b}} + \frac{1-\sqrt{b}}{\sqrt{b}}}{\frac{\sqrt{b}-1}{1+\sqrt{b}} - \frac{1}{\sqrt{b}}} + \frac{1}{b-1+2\sqrt{b}}$ $\left[\frac{2b-2}{b^2-6b+1}\right]$

327 $\left(\frac{2a}{a+b-2\sqrt{ab}} - \frac{\sqrt{a}+\sqrt{b}}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}\right) \cdot \frac{a-b}{(\sqrt{a}+\sqrt{b})^2} - \frac{b}{a-b}$ $\left[\frac{a}{a-b}\right]$

328 $\frac{\left(\sqrt{a\sqrt[3]{ab}} - \sqrt[3]{b\sqrt{ab^2}}\right)(\sqrt[6]{a^4b} + \sqrt[6]{ab^4})}{a-b} - \frac{\sqrt[3]{ab}}{2}$ $\left[\frac{\sqrt[3]{ab}}{2}\right]$

Risolvere le seguenti equazioni a coefficienti irrazionali:

329 $2x\sqrt{2} - 1 + \sqrt{2} = 2\sqrt{2}$ $\left[\frac{2+\sqrt{2}}{4}\right]$

330 $2x\sqrt{3} - \sqrt{3} = 2 + \sqrt{3}$ $\left[\frac{\sqrt{3}+3}{3}\right]$

331 $\sqrt{2}\,(x-\sqrt{2}) - \sqrt{3}\,(\sqrt{3}-x) = 0$ $[5\,(\sqrt{3}-\sqrt{2})]$

332 $x\sqrt{2} - x = \sqrt{2} + 1$ $[3 + 2\sqrt{2}]$

333 $x\sqrt{3}-\sqrt{3}=\sqrt{2}\,(1-x)$ [1]

334 $2x\,(\sqrt{2}-1)-\sqrt{2}\,(\sqrt{2}+1)=2x\,(\sqrt{3}-1)-2$ $\left[-\frac{1}{2}\,(2+\sqrt{6})\right]$

335 $x\sqrt{5}-2\,(\sqrt{2}-x)=\sqrt{5}\,(x+2)$ $[\sqrt{5}+\sqrt{2}]$

336 $(x\sqrt{2}-\sqrt{3})\,(x\sqrt{2}+\sqrt{3})-2\,(x^2-\sqrt{3})=x\,(2-\sqrt{3})$ $[\sqrt{3}]$

337 $(x\sqrt{2}-1)^2-(x\sqrt{2}+1)^2=0$ [0]

338 $x\sqrt{ab}=\sqrt{a}+\sqrt{b}$ $\left[\frac{a\sqrt{b}+b\sqrt{a}}{ab}\right]$

339 $(x-1)\,(\sqrt{2}+\sqrt{3}-1)=x\,(\sqrt{2}+1)-\sqrt{3}+1$ $[-\sqrt{6}-2\sqrt{2}]$

340 $x\,(1-\sqrt{2}+\sqrt{6})=\sqrt{2}-2+2\sqrt{3}$ $[\sqrt{2}]$

341 $x\,(3-\sqrt{3}+2\sqrt{6})=\sqrt{3}-1+2\sqrt{2}$ $\left[\frac{\sqrt{3}}{3}\right]$

342 $x\,(1-\sqrt{a})=\sqrt{a}-a$ $[\sqrt{a}]$

343 $\frac{x}{3}-\frac{x}{\sqrt{3}}=4-2\sqrt{3}$ $[3\,(1-\sqrt{3})]$

344 $x\,(2a-\sqrt{a})=4a-1+a\,(x-4)$ $\left[\frac{a+\sqrt{a}}{a-a^2}\right]$

345 $x\,(a-\sqrt{a})+2\sqrt{a}\,(x-1)=a\,(x-\sqrt{a})$ $[2-a]$

346 $\frac{x}{\sqrt{3}-1}+\frac{2}{\sqrt{3}+1}=1$ $[-5+3\sqrt{3}]$

347 $\frac{x-1}{\sqrt{a}-1}=\frac{x+1}{\sqrt{a}+1}$ $[\sqrt{a}]$

348 $\dfrac{x-a}{a}+\dfrac{1+\sqrt{a}}{\sqrt{a}}=1$ $[a-\sqrt{a}]$

349 $\dfrac{x}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}+\dfrac{2-x}{\sqrt{3}+\sqrt{2}}=0$ $\left[\dfrac{2-\sqrt{6}}{2}\right]$

350 $\dfrac{x+3}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}+\dfrac{2-x}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}=\dfrac{2\sqrt{a}+\sqrt{b}}{a-b}$ $\left[-\dfrac{3\sqrt{ab}}{2b}\right]$

351 $\dfrac{x(\sqrt{a}-\sqrt{b})}{\sqrt{a}+\sqrt{b}}-\dfrac{x(\sqrt{a}+\sqrt{b})}{\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\dfrac{4}{a-b}$ $\left[-\dfrac{\sqrt{ab}}{ab}\right]$

352 $\dfrac{\sqrt{a}}{x}+\dfrac{\sqrt{b}}{x}=\sqrt{a}-\sqrt{b}$ $\left[\dfrac{a+b+2\sqrt{ab}}{a-b}\right]$

353 $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{3}}{x-1}-\dfrac{\sqrt{2}+\sqrt{3}}{x+1}=\dfrac{1+2\sqrt{2}}{x^2-1}$ $\left[-\dfrac{\sqrt{3}}{6}\right]$

354 $\dfrac{1+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}}-\dfrac{1-\sqrt{2}+x}{x^2+2-2\sqrt{2}x}=0$ $\left[\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right]$

355 $\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}+x}+\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}-x}=\dfrac{2\sqrt{2}x}{5+2\sqrt{6}-x^2}$ [impossibile]

356 $\dfrac{\sqrt{5}}{3x+\sqrt{5}}=\dfrac{1}{3x-\sqrt{5}}-\dfrac{x-\sqrt{5}}{5-9x^2}$ $\left[\dfrac{5(3\sqrt{5}+4)}{29}\right]$

357 $\dfrac{\sqrt{2}-1}{x-\sqrt{2}}+\dfrac{\sqrt{2}+1}{x+\sqrt{2}}=\dfrac{x+2\sqrt{2}}{2-x^2}$ [0]

358 $\dfrac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2-x}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2}+\dfrac{(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2+x}{5+2\sqrt{6}}=x$ $[10(5-2\sqrt{6})]$

359 $\dfrac{(\sqrt{3}+1)^2-x}{(\sqrt{3}-1)^2}+\dfrac{(\sqrt{3}-1)^2+x}{4+2\sqrt{3}}=0$ $\left[\dfrac{14\sqrt{3}}{3}\right]$

360 $\dfrac{x+1}{\sqrt{2a}}-\dfrac{2x}{\sqrt{2a}+1}+\dfrac{2x\sqrt{2a}}{2a+\sqrt{2a}}=0$ $[-1]$

361 $\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}}{x-2}=\dfrac{\sqrt{3}-\sqrt{2}+\sqrt{5}}{x+2}$ $\left[\dfrac{2(\sqrt{15}+\sqrt{6})}{3}\right]$

362 $\dfrac{\sqrt{a}+\sqrt{b}-\sqrt{c}}{x-1}=\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}+\sqrt{c}}{x+1}$ $\left[\dfrac{\sqrt{ac}+\sqrt{ab}}{c-b}\right]$

363 $\dfrac{x-\sqrt{a}}{x-2\sqrt{a}-\sqrt{b}}=\dfrac{x+\sqrt{b}}{x+2\sqrt{b}+\sqrt{a}}$ $\left[\dfrac{\sqrt{a}-\sqrt{b}}{2}\right]$

Risolvere i seguenti sistemi a coefficienti irrazionali:

364 $\begin{cases}\sqrt{2}\,x-\sqrt{3}\,y=\sqrt{2}+\sqrt{3}\\ \sqrt{3}\,x+\sqrt{2}\,y=-\sqrt{2}+\sqrt{3}\end{cases}$ $[1;\ -1]$

365 $\begin{cases}x-\sqrt{5}\,y=0\\ 2x+\sqrt{5}\,y=3\sqrt{5}\end{cases}$ $[\sqrt{5};\ 1]$

366 $\begin{cases}\sqrt{6}\,x-\sqrt{2}\,y=5\\ 3\sqrt{6}\,x+2\sqrt{2}\,y=0\end{cases}$ $\left[\dfrac{\sqrt{6}}{3};\ -\dfrac{3\sqrt{2}}{2}\right]$

367 $\begin{cases}x\sqrt{a}+y\sqrt{b}=2\\ x\sqrt{a}-y\sqrt{b}=3\end{cases}$ $\left[\dfrac{5\sqrt{a}}{2a};\ -\dfrac{\sqrt{b}}{2b}\right]$

368 $\begin{cases}\dfrac{x-1}{\sqrt{a}}+\dfrac{y+1}{\sqrt{b}}=\dfrac{1}{\sqrt{b}}\\ \dfrac{x+1}{\sqrt{a}}-\dfrac{y-1}{\sqrt{b}}=\dfrac{1}{\sqrt{a}}\end{cases}$ $\left[\dfrac{b-\sqrt{ab}}{2b};\ \dfrac{a+\sqrt{ab}}{2a}\right]$

Calcolare il valore delle seguenti potenze:

369 $9^{\frac{1}{2}};\ 27^{\frac{5}{3}};\ \left(\dfrac{9}{4}\right)^{\frac{3}{2}};\ 4^{0,5}$ $\left[3;\ 243;\ \dfrac{27}{8};\ 2\right]$

370 $9^{-\frac{1}{2}};\ 8^{-\frac{2}{3}};\ 81^{-\frac{1}{2}};\ \left(\dfrac{1}{9}\right)^{-\frac{1}{2}}$ $\left[\dfrac{1}{3};\ \dfrac{1}{4};\ \dfrac{1}{9};\ 3\right]$

371 $2^{1,5};\ 125^{-\frac{2}{3}};\ \left(\dfrac{1}{2}\right)^{-\frac{3}{2}};\ \left(\dfrac{4}{9}\right)^{-\frac{2}{3}}$ $\left[\sqrt{8};\ \dfrac{1}{25};\ \sqrt{8};\ \sqrt[3]{\dfrac{81}{16}}\right]$

372 $\left(\dfrac{8a^3}{b^6}\right)^{\frac{2}{3}};\ \left(\dfrac{27x^6}{8y^9}\right)^{-\frac{1}{3}};\ \left(\dfrac{4x^{-2}}{9y^4}\right)^{-\frac{3}{2}}$ $\left[\dfrac{4a^2}{b^4};\ \dfrac{2y^3}{3x^2};\ \dfrac{27x^3y^6}{8}\right]$

Eseguire le operazioni indicate ricordando le proprietà delle potenze:

373 $2^{\frac{1}{2}} \cdot 2^{\frac{3}{2}} : 2 \; ; \quad 3^{\frac{1}{3}} \cdot 3^{\frac{2}{3}} : 3^2$ $\left[2; \; \frac{1}{3}\right]$

374 $\left(a^{\frac{2}{5}}\right)^3 : \left(a^{\frac{1}{2}}\right)^{\frac{3}{5}} \; ; \quad \left[\left(ab^2\right)^{\frac{1}{2}} \cdot \left(a^{\frac{1}{2}}b\right)^{\frac{1}{3}}\right]^{-1}$ $\left[a^{\frac{9}{10}}; \; a^{-\frac{2}{3}}b^{-\frac{4}{3}}\right]$

375 $(a+b)^{\frac{1}{2}} \cdot (a+b)^{\frac{3}{2}} \; ; \quad (a+b)^{-\frac{3}{2}} : (a+b)^{-\frac{1}{2}}$ $[(a+b)^2; \; (a+b)^{-1}]$

376 $\left(a^{\frac{3}{2}} \cdot a^{\frac{2}{3}} : a^{\frac{1}{2}}\right)^2 : \left(a^{\frac{1}{2}} \cdot a^2 : a^{\frac{3}{2}}\right)^3$ $\left[a^{\frac{1}{3}}\right]$

377 $\left(x^{\frac{1}{5}} \cdot x^{\frac{2}{3}} \cdot x^2\right)^5 : \left(x^{\frac{1}{3}} \cdot x \cdot x^{\frac{5}{2}}\right) + 2x^{\frac{21}{2}}$ $\left[3x^{\frac{21}{2}}\right]$

378 $\dfrac{(a+1)^{-2} \cdot (a+1)^{\frac{1}{2}} : (a+1)^{-1}}{(a+1)^{\frac{3}{2}}} \; ; \quad \left[\dfrac{(a-2)^5}{(a-2)^{-\frac{3}{2}}}\right]^{\frac{1}{4}}$ $\left[(a+1)^{-2}; \quad (a-2)^{\frac{13}{8}}\right]$

379 $\left[\left(\dfrac{a^{\frac{3}{2}}}{a^{\frac{1}{2}}} + \dfrac{a^{-\frac{3}{2}}}{a^{-\frac{5}{2}}}\right)^{\frac{1}{2}} - 2a^{\frac{1}{2}}\right]^2$ $[(6 - 4\sqrt{2})\, a]$

380 $\left(a^2 : a^{-\frac{3}{2}} - a^{\frac{1}{2}} \cdot a\right)^2$ $[a^7 - 2\,a^5 + a^3]$

381 $\left(a^{\frac{1}{3}} - a^{-\frac{1}{3}}\right)^3$ $\left[a - 3a^{\frac{1}{3}} + 3a^{-\frac{1}{3}} - a^{-1}\right]$

Scrivere le seguenti espressioni senza far uso di radici:

382 $\sqrt{a^3} \; ; \quad \sqrt[3]{a^2} \; ; \quad \sqrt{a}$

383 $\sqrt{1+\sqrt{a}} \; ; \quad \sqrt[3]{1+a} \; ; \quad \sqrt{(1+a)^3}$

384 $\sqrt[3]{\sqrt{a}+\sqrt{b}} \; ; \quad \sqrt{a+\sqrt{a+\sqrt{a}}}$

385 $\frac{1}{\sqrt{a}} - \frac{1}{\sqrt[3]{a}}$; $\frac{1}{\sqrt{a+b}}$

386 $\sqrt[5]{\frac{1}{a^2}\sqrt[3]{a}}$; $\sqrt{\frac{1}{a^6}\sqrt{b^7}}$

387 $\sqrt{\sqrt{\sqrt{a}+\sqrt{b}}}$; $\sqrt{a^2+b^2}$

388 $\sqrt[5]{a^2+\sqrt[3]{a+1}}$; $\sqrt[3]{b^3+\sqrt{b}}$

Scrivere le seguenti espressioni senza far uso di esponenti frazionari:

389 $(a-1)^{\frac{3}{2}}$; $\left[(a+1)^{-1}\right]^{\frac{1}{2}}$; $a^{0,5}$; $a^{\frac{1}{m}}$

390 $\left[a-(a-1)^{\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}$; $\left[1+(1-2a)^{-\frac{1}{2}}\right]^{\frac{1}{3}}$; $(1+3a)^{\frac{m}{3}}$

391 $\left[1-(1+a)^{-\frac{1}{2}}\right]^{-\frac{1}{3}}$; $\left[(a+1)^{\frac{1}{2}}-(a+1)^{-\frac{1}{2}}\right]^{-\frac{1}{2}}$

392 $\frac{(a-3)^{\frac{5}{2}}}{(a-3)^{\frac{1}{2}}}$; $a^{\frac{1}{2}}+a^{\frac{1}{3}}+a^{\frac{1}{4}}+a^{\frac{1}{5}}$; $a^{\frac{1}{m}}$; $a^{\frac{2}{m}}$

Semplificare i seguenti radicali aritmetici non conoscendo il segno dei singoli fattori dei radicandi e delle basi delle potenze:

393 $\sqrt[10]{a^6}$; $\sqrt[4]{a^2b^4}$; $\sqrt[16]{a^2b^{10}}$ $\left[\sqrt[5]{|a^3|}; \sqrt{|a|b^2}; \sqrt[8]{|ab^5|}\right]$

394 $\sqrt[4]{a^2-2a+1}$; $\sqrt[6]{x^2+4x+4}$; $\sqrt[6]{(2x+3y)^4}$ $\left[\sqrt{|a-1|}; \sqrt[3]{|x+2|}; \sqrt[3]{(2x+3y)^2}\right]$

395 $\sqrt[4]{a^2b^6c^4}$; $\sqrt{x^6y^{16}}$ $\left[\sqrt{|a\,b^3|c^2}; |x^3|y^8\right]$

396 $\sqrt[6]{a^3b^9}$; $\sqrt[9]{(x-2y)^3}$; $\sqrt[9]{a^{15}}$ $\left[\sqrt{ab^3}; \sqrt[3]{x-2y}; \sqrt[3]{a^5}\right]$

397 $\sqrt[12]{x^2y^6}$; $\sqrt{a^2\,(b-2)^6}$ $\left[\sqrt[6]{|xy^3|}; |a\,(b-2)^3|\right]$

Portar fuori dai seguenti radicali aritmetici, se possibile, qualche fattore sapendo solo che il radicando è positivo:

398 $\sqrt[7]{a^8}$; $\sqrt[3]{a^8}$; $\sqrt[7]{x^9}$ $\quad [|a|\sqrt[7]{|a|};\ a^2\sqrt[3]{a^2};\ x\sqrt[7]{x^2}]$

399 $\sqrt[3]{a^4b}$; $\sqrt{81x^2y^3}$ $\quad [|a|\sqrt[3]{|a|b};\ 9|x|y\sqrt{y}]$

400 $\sqrt[3]{a^6b}$; $\sqrt[3]{a^4b}$ $\quad [a^2\sqrt[3]{b};\ |a|\sqrt[3]{|a|b}]$

401 $\sqrt{x^3+3x^2+3x+1}$; $\sqrt{\dfrac{x^3-3x^2+3x-1}{y}}$ $\quad \left[(x+1)\sqrt{x+1};\ |x-1|\sqrt{\dfrac{x-1}{y}}\right]$

402 $\sqrt{\dfrac{x^2+2xy+y^2}{y}}$; $\sqrt{\dfrac{a^2-4a+4}{a^4b}}$ $\quad \left[\dfrac{|x+y|}{y};\ \dfrac{|a-2|}{a^2\sqrt{b}}\right]$

Nei seguenti radicali aritmetici trasportare sotto il segno di radice i fattori esterni dei quali non si conosce il segno:

403 $a\sqrt[4]{b}$ $\quad [\sqrt[4]{a^4b}$ per $a \geqslant 0$, $-\sqrt[4]{a^4b}$ per $a < 0]$

404 $(a+2)\sqrt[3]{(a+2)};\ x\sqrt{x}$ $\quad [\sqrt[3]{(a+2)^4};\ \sqrt{x^3}]$

405 $(x-2)\sqrt[3]{(x-2)^2}$ $\quad [\sqrt[3]{(x-2)^5}$ per $x \geqslant 2$, $-\sqrt[3]{(2-x)^5}$ per $x < 2]$

406 $\dfrac{a}{b}\sqrt{a}$ $\quad \left[\sqrt{\dfrac{a^3}{b^2}}\right.$ per $b > 0$, $\left.-\sqrt{\dfrac{a^3}{b^2}}\right.$ per $b < 0]$

407 $\dfrac{a}{b}\sqrt[3]{a^2}$ $\quad \left[\sqrt[3]{\dfrac{a^5}{b^3}}\right.$ per $\dfrac{a}{b} \geqslant 0$, $\left.-\sqrt[3]{-\dfrac{a^5}{b^3}}\right.$ per $\dfrac{a}{b} < 0]$

Eseguire le operazioni indicate tra i seguenti radicali aritmetici e semplificare i risultati ottenuti non conoscendo il segno dei fattori dei radicandi e quello delle basi delle potenze:

408 $\sqrt[3]{a^4}\cdot\sqrt[6]{a^2}$; $\sqrt[3]{a^2b^4}\cdot\sqrt[9]{a^4b^2}$ $\quad [|a|\sqrt[3]{a^2};\ |ab|\sqrt[9]{|ab^5|}]$

409 $a+\sqrt{a^2-2a+1}$ $\quad [2a-1$ per $a \geqslant 1$, 1 per $a < 1]$

410 $\sqrt[3]{a} \cdot \sqrt[4]{a^6}$; $\sqrt[6]{x^{16}y^2} : \sqrt[3]{x^2y^4}$ $\left[\sqrt[6]{a^{11}};\ \sqrt[3]{\frac{x^6}{|y^3|}}\right]$

411 $\sqrt[3]{(a-1)^2} \cdot \sqrt[9]{(a-1)^8}$ $[|a-1| \sqrt[9]{|(a-1)^5|}]$

412 $\sqrt{a^2-2a+1} + 2\sqrt{a^2-4a+4}$
$[3a-5$ per $a \geqslant 2$, $3-a$ per $1 < a < 2$, $5-3a$ per $a \leqslant 1]$

Risolvere i seguenti problemi:

413 Dimostrare che tra la diagonale d di un quadrato ed il lato l intercorre la relazione $d = l\sqrt{2}$ e ricavare la relazione inversa.

414 Determinare le relazioni che intercorrono tra i cateti e l'ipotenusa di un triangolo rettangolo isoscele.

415 Il perimetro di un rombo è $40a$. Determinare l'area della sua superficie sapendo che gli angoli sono ampi 45°. $[50a^2\sqrt{2}]$

416 Dimostrare che in un triangolo equilatero tra l'altezza h ed il lato l intercorre la relazione $h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$ e ricavare la relazione inversa.

417 Dimostrare che in un triangolo equilatero tra l'area della superficie S ed il lato l intercorre la relazione $S = \frac{l^2\sqrt{3}}{4}$ e ricavare la relazione inversa.

418 Stabilire le relazioni che intercorrono tra i cateti e l'ipotenusa di un triangolo rettangolo avente un angolo ampio 60°.

419 In un triangolo ABC isoscele sulla base BC è $\overline{BC} = 12$ cm e $\hat{A} = 120°$. Determinare perimetro ed area della superficie del triangolo. $[4(3+2\sqrt{3})$ cm; $12\sqrt{3}$ cm$^2]$

420 In un triangolo un angolo è ampio 45°, un altro 60° ed il lato minore misura $6a$. Determinare perimetro ed area della superficie del triangolo.
$\left[3a(3+\sqrt{3}+\sqrt{6});\ \frac{9a^2(3+\sqrt{3})}{2}\right]$

421 L'area della superficie di un esagono regolare è $216\sqrt{3}$ cm^2. Determinare il perimetro dell'esagono. [72 cm]

422 In un trapezio isoscele gli angoli acuti sono di 45°, l'altezza misura 16 cm e la base minore 20 cm. Determinare perimetro ed area della superficie del trapezio.
$[8(9+4\sqrt{2})$ cm; 576 cm$^2]$

423 In un trapezio isoscele gli angoli acuti sono di 30°, la base minore misura $10a$ ed i lati non paralleli misurano ciascuno $12a$. Determinare perimetro ed area della superficie del trapezio. $[4a\,(11 + 3\sqrt{3});\quad 12a^2\,(5 + 3\sqrt{3})]$

424 In un trapezio gli angoli acuti sono l'uno di 45° e l'altro di 60°. Sapendo che la base minore e l'altezza misurano entrambe $30a$, determinare perimetro ed area della superficie del trapezio. $[30a\,(3 + \sqrt{3} + \sqrt{2});\quad 150a^2\,(9 + \sqrt{3})]$

425 In un triangolo un angolo è ampio 45° ed un altro 30°. Sapendo che il lato minore misura $12a$, determinare perimetro ed area della superficie del triangolo. $[6a\,(2 + 3\sqrt{2} + \sqrt{6});\quad 36a^2\,(1 + \sqrt{3})]$

426 Dato un cerchio di raggio R determinare le misure dei lati rispettivamente del triangolo equilatero in esso inscritto, del quadrato inscritto e dell'esagono regolare inscritto. $[R\sqrt{3};\quad R\sqrt{2};\quad R]$

427 Dato un triangolo isoscele avente l'angolo al vertice di 45° esprimere in funzione del lato l la misura della base (allo scopo si tracci l'altezza relativa ad uno dei due lati uguali. $\left[l\sqrt{2-\sqrt{2}}\right]$

428 Sulla base del risultato dell'esercizio precedente si determini la lunghezza del lato dell'ottagono regolare inscritto in un cerchio di raggio R e l'area della sua superficie. $\left[R\sqrt{2-\sqrt{2}}\,;\quad 2R^2\sqrt{2}\right]$

429 Il lato di un ottagono regolare misura $4a$. Trovare la misura del lato del quadrato inscritto nello stesso cerchio in cui è inscritto l'ottagono (vedi esercizio precedente). $\left[4a\sqrt{2+\sqrt{2}}\right]$

430 Un rombo ha gli angoli acuti di 45° ed il suo perimetro misura $12a$. Trovare l'area della sua superficie, il raggio del cerchio in esso inscritto e le diagonali. $\left[\frac{9a^2\sqrt{2}}{2};\quad \frac{3a\sqrt{2}}{4};\quad 3a\sqrt{2 \pm \sqrt{2}}\right]$

431 Un triangolo rettangolo isoscele avente per base un segmento lungo $16a$ viene fatto ruotare di un giro completo attorno alla base stessa. Determinare area della superficie e volume del solido così generato. $\left[128\,\pi\,a^2\sqrt{2};\quad \frac{1024\,\pi\,a^3}{3}\right]$

432 Un trapezio isoscele avente gli angoli acuti di 60°, la base minore lunga $12a$ e la maggiore $20a$, viene fatto ruotare di un giro completo attorno alla base maggiore. Determinare area della superficie e volume del solido così generato. $[160\,\pi\,a^2\sqrt{3};\quad 704\,\pi\,a^3]$

433 In un trapezio isoscele avente gli angoli acuti di 60° le diagonali sono perpendicolari ai lati obliqui; sapendo che ciascuno di questi misura $18a$, determinare il perimetro e l'area della superficie del trapezio. $[90a;\quad 243\,a^2\sqrt{3}]$

434 Dato un triangolo isoscele avente l'angolo al vertice di 30° esprimere in funzione del lato l la misura della base (allo scopo si tracci l'altezza relativa ad uno dei due lati uguali).

$$\left[\frac{l}{2}(\sqrt{6}-\sqrt{2})\right]$$

435 Il lato di un dodecagono regolare misura $2a$. Trovare la misura del lato del triangolo equilatero inscritto nello stesso cerchio in cui è inscritto il dodecagono (vedi esercizio precedente). $[a(3\sqrt{2}+\sqrt{6})]$

436 Un trapezio isoscele avente gli angoli acuti di 30° è circoscritto ad un cerchio di raggio r. Determinare il suo perimetro e l'area della sua superficie. $[16r;\ 8r^2]$

437 Un trapezio isoscele avente gli angoli acuti di 60° è circoscritto ad un cerchio di raggio r. Determinare il suo perimetro e l'area della sua superficie.

$$\left[\frac{16r\sqrt{3}}{3};\ \frac{8r^2\sqrt{3}}{3}\right]$$

438 Un trapezio rettangolo è circoscritto ad un cerchio di raggio r. Sapendo che l'angolo acuto è di 45° determinare perimetro ed area della superficie.

$[4r(1+\sqrt{2});\ 2r^2(1+\sqrt{2})]$

439 In un trapezio $ABCD$, rettangolo in A e D, l'angolo acuto in B è di 30°, l'altezza misura $2a$ e l'area della superficie misura $a^2(8+2\sqrt{3})$. Si mandi da A la perpendicolare alla retta BC che la intersechi in H. Trovare il perimetro del triangolo ABH.

$[a(9+5\sqrt{3})]$

440 Un trapezio isoscele avente gli angoli acuti di 60° è circoscritto ad un cerchio di raggio $3a$. Trovare perimetro ed area della superficie del trapezio. Trovare inoltre la misura delle sue basi. $[16a\sqrt{3},\ 24a^2\sqrt{3},\ 6a\sqrt{3},\ 2a\sqrt{3}]$

2 Numeri immaginari e numeri complessi

Calcolare i valori dei seguenti radicali facendo uso di numeri immaginari:

1 $\sqrt{-4}$; $\sqrt{-\frac{1}{9}}$; $\sqrt{-\frac{64}{81}}$; $\sqrt{-\frac{25}{4}}$ $\left[\pm 2i;\ \pm \frac{1}{3}i;\ \pm \frac{8}{9}i\ \pm \frac{5}{2}i\right]$

2 $\sqrt{-32}$; $\sqrt{-243}$; $\sqrt{-8}$ $[\pm 4i\sqrt{2};\ \pm 9i\sqrt{3};\ \pm 2i\sqrt{2}]$

3 $\sqrt{-16}$; $\sqrt{-12}$; $\sqrt{-24}$ $[\pm 4i;\ \pm 2i\sqrt{3};\ \pm 2i\sqrt{6}]$

4 $\sqrt{-a^2}$; $\sqrt{-x^2y^2}$; $\sqrt{-64x^2}$ $[\pm ai;\ \pm xyi;\ \pm 8xi]$

5 $\sqrt{-\frac{a^4}{b^2}}$; $\sqrt{-\frac{9}{x^2}}$; $\frac{2}{3}\sqrt{-27}$ $\left[\pm \frac{a^2}{b}i;\ \pm \frac{3i}{x};\ \pm 2i\sqrt{3}\right]$

6 $\sqrt{-2ab-a^2-b^2}$; $\sqrt{-1-a^2-2a}$ $[\pm (a+b)\,i;\ \pm (1+a)\,i]$

Scrivere le seguenti espressioni sotto forma di numeri complessi:

7 $2+\sqrt{-4}$; $3-\sqrt{-49}$

8 $a+\sqrt{-b^2}$; $a+\sqrt{-4a^2}$

9 $x-\sqrt{-9x^2}$; $2y+\sqrt{-81x^4}$ $ab-\sqrt{-8a^6}$

Trovare gli opposti dei seguenti numeri complessi:

10 $-3+2i$; $5+i$; $-7i$

11 $2\sqrt{2} - 3i$; $4 - i$; $2 + 7i$

12 $-3 + 4i$; $-\sqrt{5} + \sqrt{2}\,i$; -8

Trovare i coniugati dei seguenti numeri complessi:

13 $3 + 2i$; $5 - i$; $+ 2i$

14 $a - 3bi$; $-a + bi$; $a - ai$

15 3 ; $3 - 8i$; $-8i$

Eseguire le seguenti operazioni:

16 $(2 + i) + (3 - 3i) - (8 + 4i)$ $[-3 - 6i]$

17 $\left(5 + \frac{1}{2}\,i\right) + \left(5 - \frac{1}{2}\,i\right)$; $(-3 - i) + (-3 + i)$ $[10;\ -6]$

18 $(2 - 3i)(3 - i) + (4 - i)$ $[7 - 12i]$

19 $(1 - i)(1 + i) - (3 + 2i)(3 - 2i)$ $[-11]$

20 $i(2 + i) - 12i(1 - i) + (1 + i)(1 - 2i)$ $[-10 - 11i]$

Trovare i reciproci dei seguenti numeri complessi:

21 $1 - i$; $1 + i$; i $\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2}\,i;\ \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\,i;\ -i\right]$

22 $2 + 3i$; $-2 + 4i$; $-i$ $\left[\frac{2}{13} - \frac{3}{13}\,i;\ -\frac{1}{10} - \frac{1}{5}\,i;\ i\right]$

23 $a - 2i$; $a + 3bi$; $-a + bi$

Eseguire le seguenti operazioni:

24 $\frac{8-i}{1+i}$; $(1+2i):(1-i)$ $\left[\frac{7}{2}-\frac{9}{2}i;\ -\frac{1}{2}+\frac{3}{2}i\right]$

25 $\frac{(3-2i)(4+i)}{1-i}+1$; $\frac{1}{9-i}\cdot\frac{1}{1+i}+3i$ $\left[\frac{21}{2}+\frac{9}{2}i;\ \frac{5}{82}+\frac{121}{41}i\right]$

26 $[-2i+(1-i)(1+i)]\left(\frac{3-i}{2+i}-i\right)$ $[-2-6i]$

Svolgere le seguenti potenze:

27 $(1+i)^2$; $(1-2i)^2$ $[2i;\ -3-4i]$

28 $(2-3i)^2$; $(-3+i)^2\cdot(5+4i)^2$ $[-5-12i;\ 312+266i]$

29 $(1+i)^3$; $(1-i)^3$ $[-2+2i;\ -2-2i]$

30 $(2+i)^3$; $(1-3i)^3\cdot\left(\frac{1}{3}-i\right)^3$ $\left[2+11i;\ \frac{352}{27}-\frac{104}{3}i\right]$

È possibile porre in ordine crescente i seguenti gruppi di numeri complessi?

31 $-3+i$; $-i$; $-4+2i$; $+5-i$

32 8 ; $-2i$; $4+3i$; $-5i$