

Risolvere le seguenti equazioni binomie:

$$1 \quad x^4 - 1 = 0 \quad [\pm 1, \pm i]$$

$$2 \quad x^3 - 1 = 0 \quad \left[1, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$3 \quad x^3 + 27 = 0 \quad \left[-3, \frac{3 \pm 3i\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$4 \quad 8x^3 - 1 = 0 \quad \left[\frac{1}{2}, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{4} \right]$$

$$5 \quad x^5 - 243 = 0 \quad [3, \dots]$$

$$6 \quad x^5 + 32 = 0 \quad [-2, \dots]$$

$$7 \quad x^6 - 1 = 0 \quad \left[\pm 1; \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}, \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$8 \quad x^6 + 1 = 0 \quad [\pm i, \dots]$$

$$9 \quad \frac{x^3}{27} - 1 = 0$$

$$10 \quad 8x^3 + 27 = 0$$

$$11 \quad x^5 - 32 = 0$$

$$12 \quad x^6 - 64 = 0$$

$$13 \quad x^4 + 16 = 0$$

$$14 \quad x^4 - 16 = 0$$

$$15 \quad x^4 - 8x = 0 \quad [0, 2, -1 \pm i\sqrt{3}]$$

$$16 \quad x^5 - x = 0$$

$$[0, \pm 1, \pm i]$$

$$17 \quad x^4 - 16a^4 = 0$$

$$[\pm 2a, \pm 2ai]$$

$$18 \quad 8x^3 - a^3 = 0$$

$$\left[\frac{a}{2}, a \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{4} \right]$$

$$19 \quad 32x^5 + a^5 = 0$$

$$20 \quad x^5 - a^3x^2 = 0$$

$$21 \quad a^3x^6 - b^3x^3 = 0$$

$$22 \quad x^{12} - 1 = 0$$

$$23 \quad \frac{x^5}{a^5} + \frac{b^5}{32} = 0$$

$$24 \quad \frac{x^4}{a^3} - \frac{b^3x}{8} = 0$$

Risolvere le seguenti equazioni trinomie o ad esse riducibili:

$$25 \quad x^4 - 5x^2 + 4 = 0$$

$$[\pm 1, \pm 2]$$

$$26 \quad x^4 - 4x^2 + 3 = 0$$

$$[\pm 1, \pm \sqrt{3}]$$

$$27 \quad x^4 - 3x^2 - 4 = 0$$

$$[\pm 2, \pm i]$$

$$28 \quad 12x^4 - 49x^2 + 4 = 0$$

$$\left[\pm 2, \pm \frac{\sqrt{3}}{6} \right]$$

$$29 \quad 2x^4 - 7x^2 + 3 = 0$$

$$\left[\pm \sqrt{3}, \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$30 \quad 3x^4 - 7x^2 + 2 = 0$$

$$\left[\pm \sqrt{2}, \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \right]$$

$$31 \quad x^4 + 6x^2 + 8 = 0$$

$$[\pm 2i, \pm i\sqrt{2}]$$

$$32 \quad 4x^4 - 5x^2 + 1 = 0$$

$$\left[\pm 1, \pm \frac{1}{2} \right]$$

$$33 \quad 2x^4 + 9x^2 - 5 = 0$$

$$\left[\pm \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm i\sqrt{5} \right]$$

- 34 $2x^4 - 9x^2 - 5 = 0$ $\left[\pm \sqrt{5}, \pm i \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$
- 35 $(2x^2 - 1)^2 - (x^2 + 1)^2 = 1$ $\left[\pm \sqrt{\frac{3 + 2\sqrt{3}}{3}}, \pm i \sqrt{\frac{2\sqrt{3} - 3}{3}} \right]$
- 36 $(2x^2 + 1)^2 + (x - 1)^2 = -2(x + 1) + 3x^4$ $[\pm i, \pm 2i]$
- 37 $(x^2 - 2)(x^2 + 2) + 3x^2 = 0$ $[\pm 1, \pm 2i]$
- 38 $(x^2 - 3)^2 + x^2(x^2 - 2) - 3 = 0$ $[\pm 1, \pm \sqrt{3}]$
- 39 $(x^2 - 5)(x^2 + 5) + 8x^2 + 16 = 0$ $[\pm 3i, \pm 1]$
- 40 $x^2(x^2 - 9) + x^2(x^2 - 4) = 10(x^4 - 13x^2 + 37)$ $\left[\pm \sqrt{10}, \pm \frac{\sqrt{74}}{4} \right]$
- 41 $x^4 + 2x^3 = (x + 2)(9x + 2x^2 - 18)$ $[\pm 2, \pm 3]$
- 42 $(x^2 - 1)(x^2 + 1) = 4x^4 - 10x^2 + 2$ $\left[\pm \sqrt{3}; \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \right]$
- 43 $(x^2 - 2x - 1)^2 + 4(x - 1)^3 - 16x + 12 = 0$ $[\pm 1, \pm 3]$
- 44 $(x^2 - 2)(x^2 - 3) + (x^2 - 1)(x^2 - 3) = (x^2 - 1)(x^2 - 2) - 1$ $[\pm 2, \pm \sqrt{2}]$
- 45 $(2x^2 - 1)^2 - 6(2x^2 - 1) = x^2 + 3$ $\left[\pm 2, \pm \frac{1}{2} \right]$
- 46 $x^2(16x^2 - 17) + 2(x - 1) = 2x - 3$ $\left[\pm 1, \pm \frac{1}{4} \right]$
- 47 $4(1 + 9x^4) + 145(2 - x^2) = 290$ $\left[\pm 2, \pm \frac{1}{6} \right]$
- 48 $(x^2 - 1)^2 + (x^2 - 2)^2 + (x^2 - 3)^2 = 5$ $[\pm 1, \pm \sqrt{3}]$

$$49 \quad (x-1)^2(x^2+3)+2x^3=3(5x^2-5-2x) \quad [\pm 3, \pm \sqrt{2}]$$

$$50 \quad (x^2-3x+1)^2-(x^2-3x-1)^2+12x=(x^2-1)^2-8 \quad [\pm \sqrt{7}, \pm i]$$

$$51 \quad (x-1)^3-(x+1)^3+12(x^2+1)=x^4 \quad \left[\pm \sqrt{3+\sqrt{19}}, \pm i \sqrt{\sqrt{19}-3} \right]$$

$$52 \quad x^6-9x^3+8=0 \quad \left[1, 2, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}, -1 \pm i\sqrt{3} \right]$$

$$53 \quad x^{10}-33x^5+32=0 \quad [1, 2, \dots]$$

$$54 \quad 8x^6-9x^3+1=0 \quad \left[1, \frac{1}{2}, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{4} \right]$$

$$55 \quad x^8-17x^4+16=0 \quad [\pm 1, \pm i, \pm 2, \pm 2i]$$

$$56 \quad 32x^{10}-33x^5+1=0 \quad \left[1, \frac{1}{2}, \dots \right]$$

$$57 \quad 243x^{10}-244x^5+1=0 \quad \left[1, \frac{1}{3}, \dots \right]$$

$$58 \quad x^2-10+\frac{1}{x^2}=0 \quad [\sqrt{3} \pm \sqrt{2}; -\sqrt{3} \pm \sqrt{2}]$$

$$59 \quad \frac{1}{x^2-4} + \frac{1}{x^2-9} = \frac{11}{2x^2} \quad \left[\pm \sqrt{12}; \pm \frac{\sqrt{231}}{7} \right]$$

$$60 \quad \frac{1}{x^2+1} + \frac{1}{x^2-1} = 1 \quad \left[\pm \sqrt{1+\sqrt{2}}, \pm i \sqrt{\sqrt{2}-1} \right]$$

$$61 \quad x^5+31=\frac{32}{x^5} \quad [1, -2, \dots]$$

$$62 \quad \frac{1}{x^3} + \frac{2}{x^3+1} = 1 + \frac{2}{x^6+x^3} \quad \left[1, 1, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}, \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$63 \quad \frac{1}{x^2} + \frac{2}{x^2+1} = 1 + \frac{2}{x^4+x^2} \quad [1, 1, -1, -1]$$

$$64 \quad \frac{1}{x^4 + 1} + \frac{1}{x^4 - 1} = \frac{x^8 + 1}{x^8 - 1} \quad [\text{impossibile}]$$

$$65 \quad x^4 - 5a^2x^2 + 4a^4 = 0 \quad [\pm a, \pm 2a]$$

$$66 \quad x^6 - 9a^3x^3 + 8a^6 = 0 \quad \left[a, \quad 2a, \quad a \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}, \quad a(-1 \pm i\sqrt{3}) \right]$$

$$67 \quad x^4 - 2a^2x^2 + a^4 = 0 \quad [\pm a, \pm a]$$

$$68 \quad x^8 - 2a^4x^4 + a^8 = 0 \quad [\pm a, \pm a^2]$$

$$69 \quad x^4 - (a^2 + 4b^2)x^2 + 4a^2b^2 = 0 \quad [\pm a, \pm 2b]$$

$$70 \quad a^2x^4 - (a^4 + 1)x^2 + a^2 = 0 \quad \left[\pm a, \pm \frac{1}{a} \right]$$

$$71 \quad 8a^3x^6 - (1 + 8a^6)x^3 + a^3 = 0 \quad \left[a \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{2}, \quad \frac{1}{2a}, \quad \frac{-1 \pm i\sqrt{3}}{4a} \right]$$

$$72 \quad x^4 - 2(a^2 + b^2)x^2 + (a^2 - b^2)^2 = 0 \quad [\pm(a + b), \pm(a - b)]$$

$$73 \quad a^2b^2x^4 + (a^2 + b^2)x^2 + 1 = 0 \quad \left[\pm \frac{i}{a}, \pm \frac{i}{b} \right]$$

$$74 \quad \frac{a^2}{x^2 - a^2} + \frac{a^2}{x^2 + a^2} = \frac{x^4 + a^4}{x^4 - a^4} \quad [\text{impossibile}]$$

$$75 \quad \frac{1}{x^2 - a} - \frac{1}{x^2 + a} = \frac{x^8 + (2 - a)x^4}{x^4 - a} \quad [\pm \sqrt[4]{a}, \dots]$$

$$76 \quad \frac{1}{x - a} - \frac{1}{x + a} = \frac{x^4 + (2 - a)x^2}{x^2 - a^2} \quad [\pm i\sqrt{2}, \pm \sqrt{a}]$$

$$77 \quad b^2x^2 + \frac{8a^2}{x^2} = 2(2a^2 + b^2) \quad \left[\pm \sqrt{2}, \pm \frac{2a}{b} \right]$$

$$78 \quad x^2 - \frac{a^4 + b^4}{a^2b^2} + \frac{1}{x^2} = 0 \quad \left[\pm \frac{a}{b}, \pm \frac{b}{a} \right]$$

$$79 \quad x^4 + \frac{a^3b - (a^2 + ab)x^4}{x^4} = 0$$

$$[x = \pm \sqrt[4]{a^2}, \pm \sqrt[4]{ab}, \dots]$$

$$80 \quad \frac{x^2}{x^2 - a^2} + \frac{x^2}{x^2 - b^2} + \frac{a^2b^2}{2(x^2 - a^2)(x^2 - b^2)} = 0$$

$$\left[\pm \frac{b\sqrt{2}}{2}, \pm \frac{a\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$81 \quad \frac{a^2}{x^2 - a^2} + \frac{a^2}{x^2} = \frac{3}{2}$$

$$\left[\pm a\sqrt{2}; \pm \frac{a\sqrt{3}}{3} \right]$$

$$82 \quad \frac{1}{x^4 - a^4} + \frac{2}{x^4 + a^4} = \frac{2a^2x^2}{x^8 - a^8}$$

$$\left[\pm \frac{ai\sqrt{3}}{3} \right]$$

$$83 \quad \frac{1}{x^6 - a^6} + \frac{2}{x^6 + a^6} + \frac{2a^3x^3}{x^{12} - a^{12}} = 0$$

$$\left[\frac{a}{\sqrt[3]{3}}, \frac{-a(1 \pm i\sqrt{3})}{2\sqrt[3]{3}} \right]$$

$$84 \quad \frac{a^5}{x^5} + \frac{a^5}{x^5 + a^5} + \frac{x^{10}}{x^{10} + a^5x^5} = 0$$

[impossibile]

$$85 \quad (x^2 - 1)^2 - 10(x^2 - 1) + 21 = 0$$

$$[\pm 2, \pm 2\sqrt{2}]$$

Risolvere le seguenti equazioni facendo uso di opportune incognite ausiliarie:

$$86 \quad (x^3 + 1)^2 - 29(x^3 + 1) + 28 = 0$$

$$\left[0, 0, 0, 3, \frac{-3 \pm 3i\sqrt{3}}{2} \right]$$

$$87 \quad \left(\frac{x+1}{x-1} \right)^2 - 5 \left(\frac{x+1}{x-1} \right) + 4 = 0$$

$$\left[\frac{5}{3} \right]$$

$$88 \quad (x^2 + 2x - 1)^2 - (x^2 + 2x - 1) - 2 = 0$$

$$[0, -2, 1, -3]$$

$$89 \quad (x^2 - 2x + 1)^2 + 5(x^2 - 2x + 1) + 6 = 0$$

$$[1 \pm i\sqrt{2}, 1 \pm i\sqrt{3}]$$

$$90 \quad \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right)^2 - 13 \left(\frac{x^2 + 1}{x^2 - 1} \right) + 36 = 0$$

$$\left[\pm \frac{\sqrt{15}}{3}, \pm \frac{\sqrt{5}}{2} \right]$$

$$91 \quad \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2} \right)^2 - 4 \left(\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2} \right) - 5 = 0$$

$$\left[\pm i \frac{\sqrt{2}}{2}, \pm \frac{i\sqrt{11}}{2} \right]$$

$$92 \quad x^{-4} - 13x^{-2} + 36 = 0$$

$$\left[\pm \frac{1}{2}, \quad \pm \frac{1}{3} \right]$$

$$93 \quad (x-3)^{-2} + 4(x-3)^{-1} + 3 = 0$$

$$\left[2, \quad \frac{8}{3} \right]$$

$$94 \quad (x+2)^{-2} + 7(x+2)^{-1} + 10 = 0$$

$$\left[-\frac{11}{5}, \quad -\frac{5}{2} \right]$$

$$95 \quad (x^2 + 1)^2 - 27(x^2 + 1) + 26 = 0$$

$$[0, \quad 0, \quad 5, \quad -5]$$

$$96 \quad (2x^2 - 1)^4 - 10(2x^2 - 1)^2 + 9 = 0$$

$$[\pm \sqrt{2}, \quad \pm i, \quad \pm 1, \quad 0, \quad 0]$$

$$97 \quad (x-a)^4 - 5a^2(x-a)^2 + 4a^4 = 0$$

$$[0, \quad 2a, \quad 3a, \quad -a]$$

$$98 \quad (x+2b)^4 - 10b^2(x+2b)^2 + 9b^4 = 0$$

$$[-3b, \quad -b, \quad b, \quad -5b]$$

$$99 \quad (x^2 - a^2)^2 - (1 + a^2)(x^2 - a^2) + a^2 = 0$$

$$[\pm \sqrt{1+a^2}, \quad \pm a\sqrt{2}]$$

$$100 \quad (x^2 - ab)^2 - 2(ab+1)(x^2 - ab) + 4ab = 0$$

$$[\pm \sqrt{3ab}, \quad \pm \sqrt{2+ab}]$$

$$101 \quad \left(\frac{2x+1}{x-2} \right)^4 - 26 \left(\frac{2x+1}{x-2} \right)^2 + 25 = 0$$

$$\left[\frac{11}{3}, \quad \frac{9}{7}, \quad -3, \quad \frac{1}{3} \right]$$

$$102 \quad 12 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right)^2 - 91 \left(x^2 + \frac{1}{x^2} \right) + 170 = 0$$

$$\left[\pm 2, \quad \pm \frac{1}{2}, \quad \pm \sqrt{3}, \quad \pm \frac{\sqrt{3}}{3} \right]$$

$$103 \quad (x^2 + 1)^4 - 65(x^2 + 1)^2 + 64 = 0$$

$$[\pm \sqrt{7}, \quad \pm 3i, \quad \pm i\sqrt{2}, \quad 0, \quad 0]$$

$$104 \quad \left(\frac{2x-3}{x+1} \right)^4 - 41 \left(\frac{2x-3}{x+1} \right)^2 + 400 = 0$$

$$\left[-\frac{8}{3}, \quad -\frac{2}{7}, \quad -\frac{7}{2}, \quad -\frac{1}{6} \right]$$

$$105 \quad (x^2 - 1)^{10} - 33(x^2 - 1)^5 + 32 = 0$$

$$[\pm \sqrt{3}, \quad \pm \sqrt{2}, \quad \dots]$$

$$106 \quad \left(x + \frac{1}{x} \right)^8 - 97 \left(x + \frac{1}{x} \right)^4 + 1296 = 0$$

$$\left[\pm 1, \quad \pm 1, \quad \frac{\pm 3 \pm \sqrt{5}}{2} \right]$$

Risolvere le seguenti equazioni reciproche o ad esse riducibili:

$$107 \quad 2x^3 - 7x^2 + 7x - 2 = 0$$

$$\left[1, 2, \frac{1}{2}\right]$$

$$108 \quad 2x^3 + 3x^2 + 3x + 2 = 0$$

$$\left[-1, \frac{-1 \pm i\sqrt{15}}{4}\right]$$

$$109 \quad 6x^3 - 7x^2 - 7x + 6 = 0$$

$$\left[-1, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right]$$

$$110 \quad 10x^3 - 39x^2 + 39x - 10 = 0$$

$$\left[1, \frac{5}{2}, \frac{2}{5}\right]$$

$$111 \quad 3x^3 + 13x^2 + 13x + 3 = 0$$

$$\left[-1, -\frac{1}{3}, -3\right]$$

$$112 \quad 2x^3 - x^2 + x - 2 = 0$$

$$\left[1, \frac{-1 \pm i\sqrt{15}}{4}\right]$$

$$113 \quad x^3 + x^2 + x + 1 = 0$$

$$[-1, \pm i]$$

$$114 \quad \sqrt{2}x^3 - (3 + \sqrt{2})x^2 + (3 + \sqrt{2})x - \sqrt{2} = 0$$

$$\left[1, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

$$115 \quad 3x^3 + (3 - 4\sqrt{3})x^2 + (3 - 4\sqrt{3})x + 3 = 0$$

$$\left[-1, \sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$$

$$116 \quad x^3 - 3x^2 + 3x - 1 = 0$$

$$[1, 1, 1]$$

$$117 \quad x^3 + 3x^2 + 3x + 1 = 0$$

$$[-1, -1, -1]$$

$$118 \quad 6x^3 - (6 + 7\sqrt{3})x^2 + (6 + 7\sqrt{3})x - 6 = 0$$

$$\left[1, \frac{\sqrt{3}}{2}, \frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$$

$$119 \quad x^3 - 6x^2 + 6x - 1 = 0$$

$$\left[1, \frac{5 \pm \sqrt{21}}{2}\right]$$

$$120 \quad 5x^3 + (6\sqrt{5} - 5)x^2 + (5 - 6\sqrt{5})x - 5 = 0$$

$$\left[1, -\sqrt{5}, -\frac{\sqrt{5}}{5}\right]$$

- 121 $ax^3 - (a^2 + 1 - a)x^2 - (a^2 + 1 - a)x + a = 0$ $\left[-1, a, \frac{1}{a}\right]$
- 122 $2ax^3 - (a^2 + 2a + 4)x^2 + (a^2 + 2a + 4)x - 2a = 0$ $\left[1, \frac{a}{2}, \frac{2}{a}\right]$
- 123 $bx^4 - (b^2 + 1)x^3 + (b^2 + 1)x - b = 0$ $\left[1, -1, b, \frac{1}{b}\right]$
- 124 $ax^3 - (a^2 + a + 1)x^2 + (a^2 + a + 1)x - a = 0$ $\left[1, \frac{1}{a}, a\right]$
- 125 $ax^3 - (a\sqrt{a} + \sqrt{a} - a)x^2 - (a\sqrt{a} + \sqrt{a} - a)x + a = 0$ $\left[-1, \sqrt{a}, \frac{\sqrt{a}}{a}\right]$
- 126 $x^4 - 4x^3 + 4x - 1 = 0$ $[1, -1, 2 \pm \sqrt{3}]$
- 127 $2x^4 - 5x^3 + 5x - 2 = 0$ $\left[1, -1, 2, \frac{1}{2}\right]$
- 128 $x^4 - 2x^3 + 2x - 1 = 0$ $[1, 1, 1, -1]$
- 129 $x^4 - x^3 + x - 1 = 0$ $\left[1, -1, \frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}\right]$
- 130 $3x^4 - 4\sqrt{3}x^3 + 4\sqrt{3}x - 3 = 0$ $\left[1, -1, \sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$
- 131 $2x^4 - 3\sqrt{2}x^3 + 3\sqrt{2}x - 2 = 0$ $\left[1, -1, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$
- 132 $5x^4 - 6\sqrt{5}x^3 + 6\sqrt{5}x - 5 = 0$ $\left[1, -1, \sqrt{5}, \frac{\sqrt{5}}{5}\right]$
- 133 $ax^4 - (a^2 + 1)x^3 + (a^2 + 1)x - a = 0$ $\left[1, -1, a, \frac{1}{a}\right]$
- 134 $abx^4 - (a^2 + b^2)x^3 + (a^2 + b^2)x - ab = 0$ $\left[1, -1, \frac{a}{b}, \frac{b}{a}\right]$

$$135 \quad ax^4 + (a\sqrt{a} + \sqrt{a})x^3 - (a\sqrt{a} + \sqrt{a})x - a = 0 \quad \left[1, -1, -\sqrt{a}, -\frac{\sqrt{a}}{a}\right]$$

$$136 \quad (a+b)x^4 + [(a+b)^2 + 1]x^3 - [(a+b)^2 + 1]x - (a+b) = 0 \quad \left[1, -1, -(a+b), -\frac{1}{a+b}\right]$$

$$137 \quad 6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0 \quad \left[2, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{3}\right]$$

$$138 \quad x^4 + 4x^3 + 6x^2 + 4x + 1 = 0 \quad [-1, -1, -1, -1]$$

$$139 \quad 2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2 = 0 \quad \left[1, 1, 2, \frac{1}{2}\right]$$

$$140 \quad x^4 + 2x^3 - x^2 + 2x + 1 = 0 \quad \left[\frac{1 \pm i\sqrt{3}}{2}, \frac{-3 \pm \sqrt{5}}{2}\right]$$

$$141 \quad 3x^4 - 16x^3 + 26x^2 - 16x + 3 = 0 \quad \left[1, 1, 3, \frac{1}{3}\right]$$

$$142 \quad 6x^4 + 35x^3 + 62x^2 + 35x + 6 = 0 \quad \left[-2, -\frac{1}{2}, -3, -\frac{1}{3}\right]$$

$$143 \quad x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1 = 0 \quad [1, 1, \pm i]$$

$$144 \quad 2x^4 - 5x^3 + 4x^2 - 5x + 2 = 0 \quad \left[2, \frac{1}{2}, \pm i\right]$$

$$145 \quad 2x^4 - 9x^3 + 14x^2 - 9x + 2 = 0 \quad \left[1, 1, 2, \frac{1}{2}\right]$$

$$146 \quad 6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0 \quad \left[2, \frac{1}{2}, 3, \frac{1}{3}\right]$$

$$147 \quad 2x^4 + (4 - 3\sqrt{2})x^3 + (4 - 6\sqrt{2})x^2 + (4 - 3\sqrt{2})x + 2 = 0 \quad \left[-1, -1, \sqrt{2}, \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

$$\sqrt{a} x^4 - (a + 2\sqrt{a} + 1) x^3 + 2(a + \sqrt{a} + 1) x^2 - (a + 2\sqrt{a} + 1) x + \sqrt{a} = 0 \quad \left[1, 1, \sqrt{a}, \frac{\sqrt{a}}{a}\right]$$

$$3x^5 - 19x^4 + 42x^3 - 42x^2 + 19x - 3 = 0 \quad \left[1, 1, 1, 3, \frac{1}{3}\right]$$

$$2x^5 - 3x^4 - 5x^3 + 5x^2 + 3x - 2 = 0 \quad \left[-1, -1, 1, 2, \frac{1}{2}\right]$$

$$\sqrt{2} x^5 - (\sqrt{2} - 3) x^4 - 3x^3 - 3x^2 - (\sqrt{2} - 3) x + \sqrt{2} = 0 \quad \left[-1, 1, 1, -\sqrt{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

$$x^2(2x - 3) - 5(x - 1) + \frac{3x - 2}{x^2} = 0 \quad \left[-1, -1, 1, 2, \frac{1}{2}\right]$$

$$(a + 1) x^5 + (a^2 + a + 1) x^4 - (a^2 + 2a + 2) x^3 - (a^2 + 2a + 2) x^2 + (a^2 + a + 1) x + a + 1 = 0 \quad \left[1, 1, -1, -(1 + a), -\frac{1}{1 + a}\right]$$

$$a\sqrt{2} x^5 - (a^2 - a\sqrt{2} + 2) x^4 - (a^2 + 2) x^3 + (a^2 + 2) x^2 + (a^2 - a\sqrt{2} + 2) x - a\sqrt{2} = 0 \quad \left[1, -1, -1, \frac{a\sqrt{2}}{2}, \frac{\sqrt{2}}{a}\right]$$

$$ax^5 + (b - a) x^4 - bx^3 - bx^2 + (b - a) x + a = 0 \quad \left[-1, 1, 1, -\frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4a^2}}{2a}\right]$$

$$4x^6 + 8x^5 - 13x^4 - 34x^3 - 13x^2 + 8x + 4 = 0 \quad \left[-1, -1, 2, \frac{1}{2}, -2, -\frac{1}{2}\right]$$

$$6x^6 + 11x^5 - 10x^4 - 30x^3 - 10x^2 + 11x + 6 = 0 \quad \left[-1, -1, -1, -1, \frac{2}{3}, \frac{3}{2}\right]$$

$$2x - 3 = \frac{3x - 2}{x^2} \quad \left[-1, \frac{1}{2}, 2\right]$$

$$160 \quad x + 1 = \frac{x + 1}{x^2} \quad [-1, -1, 1]$$

$$161 \quad \frac{x}{6} = \frac{1}{6x^3 + 13x^2 - 13} \quad \left[\pm 1, -\frac{3}{2}, -\frac{2}{3} \right]$$

$$162 \quad 4x^3 = \frac{41x^2 + 4x - 12}{3x - 1} \quad \left[2, \frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{2}{3} \right]$$

$$163 \quad \frac{3x^2 - 10x}{3 - 10x} = \frac{1}{x^2} \quad \left[\pm 1, 3, \frac{1}{3} \right]$$

$$164 \quad \frac{12x^4 + 12 - 41x^2}{x^2 + 1} = 4x \quad \left[2, \frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{2}{3} \right]$$

$$165 \quad a + \frac{a}{x^3} = \frac{(a^2 - a + 1)(x + 1)}{x^2} \quad \left[-1, a, \frac{1}{a} \right]$$

Risolvere le seguenti equazioni determinando per tentativi una o più radici:

$$166 \quad x^3 - 2x^2 - x + 2 = 0 \quad [1, -1, 2]$$

$$167 \quad 2x^3 - 9x^2 + 10x - 3 = 0 \quad \left[3, 1, \frac{1}{2} \right]$$

$$168 \quad x^4 - 8x^3 + 23x^2 - 28x + 12 = 0 \quad [1, 2, 2, 3]$$

$$169 \quad x^3 - 3x^2 - 9x - 5 = 0 \quad [-1, -1, 5]$$

$$170 \quad 12x^3 + 41x^2 + 40x + 12 = 0 \quad \left[-2, -\frac{3}{4}, -\frac{2}{3} \right]$$

$$171 \quad x^3 + 6x^2 - x - 30 = 0 \quad [2, -3, -5]$$

$$172 \quad x^3 - 2x^2 - 29x - 42 = 0 \quad [7, -2, -3]$$

$$173 \quad 16x^4 - 36x^3 + 28x^2 - 9x + 1 = 0 \quad \left[1, \frac{1}{2}, \frac{1}{2}, \frac{1}{4} \right]$$

$$174 \quad x^4 + 8x^3 + 22x^2 + 24x + 9 = 0 \quad [-1, -1, -3, -3]$$

$$175 \quad 24x^3 - 10x^2 - 3x + 1 = 0 \quad \left[\frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4} \right]$$

$$176 \quad 2x^3 + 19x^2 + 42x - 26 = 0 \quad \left[\frac{1}{2}, -5 \pm i \right]$$

$$177 \quad x^3 - 3ax^2 - a^2x + 3a^3 = 0 \quad [a, -a, 3a]$$

$$178 \quad x^3 - 6ax^2 + 11a^2x - 6a^3 = 0 \quad [a, 2a, 3a]$$

$$179 \quad (a-b)x^3 - (3a-b)x^2 + (3a+b)x - (a+b) = 0 \quad \left[1, 1, \frac{a+b}{a-b} \right]$$

$$180 \quad x^4 - 4ax^3 - 9a^2x^2 + 16a^3x + 20a^4 = 0 \quad [-a, \pm 2a, 5a]$$

$$181 \quad x^4 - 2(a+b)x^3 + (a^2 + b^2 + 4ab)x^2 - 2ab(a+b)x + a^2b^2 = 0 \quad [a, a, b, b]$$

$$182 \quad 12x^4 - 8x^3 - 7x^2 + 2x + 1 = 0 \quad \left[\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 1, -\frac{1}{3} \right]$$

$$183 \quad 18x^4 + 27x^3 + x^2 - 12x - 4 = 0 \quad \left[-1, -\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{1}{2} \right]$$

$$184 \quad 48x^4 + 4x^3 - 16x^2 - x + 1 = 0 \quad \left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}, -\frac{1}{3}, \frac{1}{4} \right]$$

Risolvere le seguenti equazioni senza svolgere nessuna delle potenze indicate:

$$185 \quad (x^2 - 1)^4 (x^2 + 1)^2 = 0 \quad [1, 1, 1, 1, -1, -1, -1, -1, i, i, -i, -i]$$

$$186 \quad (x+2)^3 (x^2-9)^2 = 0 \quad [-2, -2, -2, 3, 3, -3, -3]$$

$$187 \quad \frac{(x-5)^4 - 1}{(x-3)^7} = 0 \quad [6, 4, 5+i, 5-i]$$

$$188 \quad \left(x^2 - \frac{1}{16}\right)^3 (x^2 + 4)^2 = 0 \quad \left[\frac{1}{4}, \frac{1}{4}, \frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, 2i, 2i, -2i, -2i\right]$$

$$189 \quad (x^2 - 4x - 5)^3 = 0 \quad [5, 5, 5, -1, -1, -1]$$

$$190 \quad \frac{(2x-5)^2 (x^2 + 5x - 14)^2}{(x+7)^4} = 0 \quad \left[\frac{5}{2}, \frac{5}{2}, 2, 2\right]$$

$$191 \quad x(x^2 - 5)^2 (x^2 + 5)^3 = 0 \\ [0, \sqrt{5}, \sqrt{5}, -\sqrt{5}, -\sqrt{5}, i\sqrt{5}, i\sqrt{5}, i\sqrt{5}, -i\sqrt{5}, -i\sqrt{5}, -i\sqrt{5}]$$

$$192 \quad \frac{(x^2 + 3x)^4 (x+2)^2}{x^2 + 1} = 0 \quad [0, 0, 0, 0, -3, -3, -3, -3, -2, -2]$$

$$193 \quad \frac{(2x+1)^4 - 16}{x} = 0 \quad \left[\frac{1}{2}, -\frac{3}{2}, -\frac{1+2i}{2}, -\frac{1-2i}{2}\right]$$

$$194 \quad [(8-x)^2 - 1] [(x+3)^4 - 81] = 0 \quad [7, 9, 0, -6, -3+3i, -3-3i]$$

Scrivere le equazioni a coefficienti reali aventi le seguenti radici:

$$195 \quad \pm \frac{1}{2}, \pm 1 \quad [4x^4 - 5x^2 + 1 = 0]$$

$$196 \quad \pm 2, \pm 3 \quad [x^4 - 13x^2 + 36 = 0]$$

$$197 \quad \pm \frac{1}{3}, \pm 2 \quad [9x^4 - 37x^2 + 4 = 0]$$

$$198 \quad \pm i, \pm \sqrt{2} \quad [x^4 - x^2 - 2 = 0]$$

$$199 \quad \pm 2, \pm 3i \quad [x^4 + 5x^2 - 36 = 0]$$

$$200 \quad \pm \sqrt{3}, \pm 2i \quad [x^4 + x^2 - 12 = 0]$$

$$201 \quad \pm \frac{\sqrt{5}}{2}, \pm \sqrt{5} \quad [4x^4 - 25x^2 + 25 = 0]$$

Esercitazioni preliminari

Verificare mentalmente se i numeri riportati accanto a ciascuna delle seguenti disequazioni ne sono o no delle soluzioni:

1 $2x + 5 > 4$ $x = 4; \quad x = 0; \quad x = -1$ [sì; sì; no]

2 $x^2 - 3 < 2$ $x = 1; \quad x = -5; \quad x = \sqrt{5}$ [sì; no; no]

3 $(x + 5)(x - 3) > 0$ $x = \frac{1}{2}; \quad x = 10; \quad x = -9$ [no; sì; sì]

4 $\frac{x^2 + 1}{x - 2} < 0$ $x = 0; \quad x = 6; \quad x = \sqrt{3}$ [sì; no; sì]

5 $x(3 + x)(6 - x) > 0$ $x = 2; \quad x = -2; \quad x = -4$ [sì; no; sì]

6 $x^2 + 1 > 3x$ $x = 1; \quad x = 0; \quad x = 3$ [no; sì; sì]

7 $(x + 8)(x - 5) \geq 0$ $x = 7; \quad x = 5; \quad x = 0$ [sì; sì; no]

8 $(x^2 + 4)(2 - 3x) \leq 0$ $x = -2; \quad x = 0; \quad x = \frac{2}{3}$ [no; no; sì]

Le seguenti disequazioni sono verificate per ogni valore reale attribuito alla variabile x ; dire perché:

9 $x^2 + 5 > 0$

10 $2x^4 + x^2 \geq 0$

11 $3x^2 + 8 > -2$

12 $|x + 5| > -1$

13 $(x^2 + 2)(1 + 3x^4) \geq 0$

14 $|x|(8x^2 + \sqrt{5}) \geq 0$

Le seguenti disequazioni non sono verificate per alcun valore reale della variabile x ; dire perché:

15 $x^2 < -10$

16 $7 + x^2 < 0$

17 $|x + 1| \leq -8$

18 $x^2 + 3|x| + 9 \leq 0$

19 $1 + 20x^2 < 0$

20 $|6x^2 + 8 - 10x| \leq 0$

Le seguenti disequazioni sono verificate per un solo valore reale attribuito alla variabile x ; dire qual è:

21 $(x - 5)^2 \leq 0$

22 $|x - 3| \leq 0$

23 $-(x^2 + 3)(x + 4)^2 \geq 0$

24 $\frac{-x^2}{(x - 9)^6} \geq 0$

Esercizi

Risolvere le seguenti disequazioni di 1° grado e rappresentare graficamente le soluzioni:

1 $2x - \frac{1}{2} > 5x - 1$

$\left[x < \frac{1}{6} \right]$

2 $\frac{x-1}{2} - 1 > -x$

$[x > 1]$

3 $3x + \frac{3}{2} - x > \frac{x+1}{2}$

$\left[x > -\frac{2}{3} \right]$

4 $x + \frac{1-x}{3} > 2x - 1$

$[x < 1]$

$$5 \quad \frac{1}{2}x - 2 \leq 3x - 1$$

$$\left[x \geq -\frac{2}{5} \right]$$

$$6 \quad \frac{2x+1}{3} - \frac{x-1}{2} < 0$$

$$[x < -5]$$

$$7 \quad \frac{5x-1}{1+\frac{1}{2}} < \frac{2x-1}{3}$$

$$\left[x < \frac{1}{8} \right]$$

$$8 \quad \frac{1}{3} \left(x + \frac{1}{2} \right) - \left[-2x + \left(x - \frac{1}{2} \right) \right] < 0$$

$$\left[x < -\frac{1}{2} \right]$$

$$9 \quad \frac{1}{2}x - \frac{1}{3}x + \frac{2}{3}(x-4) \geq -1 + x$$

$$[x \leq -10]$$

$$10 \quad \frac{1}{5}(x-2) - \left[1 + 2x - \left(x + \frac{1}{2} \right) \right] \leq 1$$

$$\left[x \geq -\frac{19}{8} \right]$$

$$11 \quad (x-1)^2 + 9x(x-1) > x^2 - 4x + 4 - (1+3x)(1-3x)$$

$$\left[x < -\frac{2}{7} \right]$$

$$12 \quad \frac{(x-1)^2}{2} - \left(\frac{x+1}{2} \right)^2 - 1 < \frac{x^2-1}{4}$$

$$\left[x > -\frac{1}{3} \right]$$

$$13 \quad 9x + 20 \geq 2 \left[\frac{29}{4} - 6(x-1) + 9x - \frac{9}{4} \right]$$

$$\left[x \geq \frac{2}{3} \right]$$

$$14 \quad \frac{(x+1)(x-1)}{2} - \frac{2x-3}{4} > \frac{(2x+1)(x-3)}{4}$$

$$\left[x > -\frac{4}{3} \right]$$

$$15 \quad \left(\frac{1}{2} - x \right)^2 - (1+x)^2 - \frac{1+2x}{3} < - \left[1 - \left(\frac{2x+1}{6} \right) \right]$$

$$\left[x > -\frac{1}{16} \right]$$

$$16 \quad (x-1)^3 - (x+1)^3 + 6x \left(x - \frac{1}{2} \right) < (x-1)^2 - (x+1)^2$$

$$[x < 2]$$

$$17 \quad 10x^2 + \frac{2(2x-3)-1+7x}{4} + 10x \left(\frac{1}{5} - x \right) > 3$$

$$[x > 1]$$

$$18 \quad \frac{(x-3)^2}{2} < \frac{(x-1)(x+1)}{2} + \left[\frac{x-5}{4} - \left(\frac{1}{2}x + 1 \right) \right]$$

$$\left[x > \frac{29}{11} \right]$$

$$19 \quad (x+2)(x-2)(x-1) - x^3 \geq -x^2 + \frac{5x}{2} - 1 \quad \left[x \leq \frac{11}{12} \right]$$

$$20 \quad \frac{2}{3}x + 2 < \frac{x}{8} - \frac{1}{4} + \frac{3}{4} \left[\frac{2-x}{3} - \frac{x+1}{3} + \frac{1}{2} - \frac{3}{2}x \right] \quad \left[x < -\frac{3}{4} \right]$$

$$21 \quad \frac{1 - \frac{x}{2}}{1 - \frac{1}{2}} + \frac{1 + \frac{x}{2}}{1 + \frac{1}{2}} \geq \frac{2x-1}{3} + 1 \quad \left[x \leq \frac{3}{2} \right]$$

$$22 \quad \frac{1 - \frac{2x}{3}}{1 - \frac{1}{3}} + \frac{1 + \frac{2x}{3}}{1 + \frac{1}{3}} < (x-1)^2 - (x-1)(x+1) \quad \left[x < -\frac{1}{6} \right]$$

$$23 \quad \frac{2x-1}{5} - 1 > x - \frac{3}{5}x + \frac{1}{2} \quad [\text{nessuna soluzione}]$$

$$24 \quad (x-1)^2 + 2x - 3 > (x-2)(x+2) - \frac{1}{2} \quad [\text{ogni valore di } x]$$

Risolvere le seguenti disequazioni:

$$25 \quad (x+1)(x-1) > 0 \quad [x < -1, \quad x > 1]$$

$$26 \quad (x+3)(x-5)(x+1) > 0 \quad [-3 < x < -1, \quad x > 5]$$

$$27 \quad \frac{x+2}{2x-1} > 0 \quad \left[x < -2, \quad x > \frac{1}{2} \right]$$

$$28 \quad \frac{3x-6}{x(x+1)} > 0 \quad [-1 < x < 0, \quad x > 2]$$

$$29 \quad \frac{(x+1)(x-3)}{1-2x} > 0 \quad \left[x < -1, \quad \frac{1}{2} < x < 3 \right]$$

$$30 \quad \frac{2-x}{x+4} \leq 0 \quad [x < -4, \quad x \geq 2]$$

$$31 \quad \frac{(x-3)(x+1)}{x(x-1)} \geq 0$$

$$[x \leq -1, \quad 0 < x < 1, \quad x \geq 3]$$

$$32 \quad \frac{(2-x)(3-x)}{x} < 0$$

$$[x < 0, \quad 2 < x < 3]$$

$$33 \quad \frac{x^2 - x}{x + 1} < 0$$

$$[x < -1, \quad 0 < x < 1]$$

$$34 \quad \frac{x^2 + x}{3x - 1} > 0$$

$$\left[-1 < x < 0, \quad x > \frac{1}{3}\right]$$

$$35 \quad \frac{x^2 - 1}{x + 3} > \frac{3}{x + 3}$$

$$[-3 < x < -2, \quad x > 2]$$

$$36 \quad \frac{x^3 + x^2}{(1-x)(x+3)(2-x)} \leq 0$$

$$[x = 0, \quad -3 < x \leq -1, \quad 1 < x < 2]$$

$$37 \quad \frac{x+3}{x+5} - 1 > \frac{2x-1}{x+5}$$

$$\left[-5 < x < -\frac{1}{2}\right]$$

$$38 \quad \frac{x^2 - 4x + 4}{x + 1} \geq 0$$

$$[x > -1]$$

$$39 \quad \frac{x^2 - 6x + 9}{x^2(x^2 + 4x + 4)} < 0$$

$$[\text{nessuna soluzione}]$$

$$40 \quad \frac{x^2 - 1 + x}{x^2 - 4} < 1$$

$$[x < -3, \quad -2 < x < 2]$$

$$41 \quad x^2(x^2 + 25 + 10x)(x^2 + 6x + 9) \geq 0$$

$$[\text{ogni valore di } x]$$

$$42 \quad \frac{x^2 - 9}{x^2 - 6x + 5} > 1$$

$$\left[1 < x < \frac{7}{3}, \quad x > 5\right]$$

$$43 \quad \frac{3x^2 - 75}{x(x+4)(x-1)} \leq 0$$

$$[x \leq -5, \quad -4 < x < 0, \quad 1 < x \leq 5]$$

$$44 \quad \frac{x+5}{x^2-4} > \frac{1}{x-2}$$

$$[x < -2, \quad x > 2]$$

$$45 \quad \frac{2x+3}{x^2-9} < \frac{2}{x+3} \quad [-3 < x < 3]$$

$$46 \quad \frac{2x-3}{x^2-25} > \frac{1}{x-5} + \frac{1}{x+5} \quad [-5 < x < 5]$$

$$47 \quad \frac{x^2+x+1}{x^2-2x-3} > 1 \quad \left[-\frac{4}{3} < x < -1, \quad x > 3 \right]$$

$$48 \quad \frac{8x^2+4x-14}{4x^2-1} < 2 \quad \left[x < -\frac{1}{2}, \quad \frac{1}{2} < x < 3 \right]$$

$$49 \quad \frac{x}{x-2} + \frac{2+3x}{x+1} > 4 \quad [-4 < x < -1, \quad x > 2]$$

$$50 \quad \frac{x-2}{x+5} > \frac{3}{x-2} + 1 \quad \left[x < -5, \quad -\frac{1}{10} < x < 2 \right]$$

$$51 \quad (x-3)^4 > 0; \quad (x-2)^3 > 0 \quad [x \neq 3, \quad x > 2]$$

$$52 \quad (2x-5)^6 \geq 0; \quad (3x+2)^5 < 0 \quad \left[\text{ogni valore di } x; \quad x < -\frac{2}{3} \right]$$

$$53 \quad (4-x)^2 (x+5)^3 (2x-1)^5 \geq 0 \quad \left[x \leq -5, \quad x \geq \frac{1}{2} \right]$$

$$54 \quad \frac{x^7 (8-x)^9}{(x+2)^{11}} > 0 \quad [x < -2, \quad 0 < x < 8]$$

$$55 \quad \frac{(x-7)(x+1)}{x^2(x-5)^4} < 0 \quad [-1 < x < 0, \quad 0 < x < 5, \quad 5 < x < 7]$$

$$56 \quad \frac{(4x+9)^4 (2x-7)^6}{(x-20)^2} \geq 0 \quad [x \neq 20]$$

Risolvere le seguenti disequazioni di 2° grado e rappresentare graficamente le soluzioni:

$$57 \quad x^2 - 6x + 1 > 0 \quad [x < 3 - 2\sqrt{2}, \quad x > 3 + 2\sqrt{2}]$$

$$58 \quad 2x^2 - 4x - 1 > 0$$

$$\left[x < \frac{2 - \sqrt{6}}{2}, \quad x > \frac{2 + \sqrt{6}}{2} \right]$$

$$59 \quad x^2 + 3x + 8 > 0$$

[ogni valore di x]

$$60 \quad -x^2 + 3x - 10 > 0$$

[nessuna soluzione]

$$61 \quad 2x^2 - 3x - 2 > 0$$

$$\left[x < -\frac{1}{2}, \quad x > 2 \right]$$

$$62 \quad -x^2 + 2x + 4 > 0$$

$$[1 - \sqrt{5} < x < 1 + \sqrt{5}]$$

$$63 \quad -2x^2 + 4x + 6 \geq 0$$

$$[-1 \leq x \leq 3]$$

$$64 \quad x^2 - 6x + 12 > 0$$

[ogni valore di x]

$$65 \quad 7x^2 - 12x - 4 > 0$$

$$\left[x < -\frac{2}{7}, \quad x > 2 \right]$$

$$66 \quad x^2 - 5x < 1$$

$$\left[\frac{5 - \sqrt{29}}{2} < x < \frac{5 + \sqrt{29}}{2} \right]$$

$$67 \quad -12x^2 + 4x + 1 < 0$$

$$\left[x < -\frac{1}{6}; \quad x > \frac{1}{2} \right]$$

$$68 \quad 4x^2 - 3x + 1 < 0$$

[nessuna soluzione]

$$69 \quad 3x^2 + x + 2 < 0$$

[nessuna soluzione]

$$70 \quad x^2 - 10x + 25 < 0$$

[nessuna soluzione]

$$71 \quad x^2 - 6x + 9 > 0$$

$$[x \neq 3]$$

$$72 \quad -2x^2 + x + 1 > 0$$

$$\left[-\frac{1}{2} < x < 1 \right]$$

$$73 \quad -5x^2 + 4x + 1 \leq 0$$

$$\left[x \leq -\frac{1}{5}, \quad x \geq 1 \right]$$

$$74 \quad 3x^2 \leq x + 1$$

$$\left[\frac{1 - \sqrt{13}}{6} \leq x \leq \frac{1 + \sqrt{13}}{6} \right]$$

$$75 \quad 9x^2 + 12x + 4 \geq 0$$

[ogni valore di x]

Risolvere le seguenti disequazioni:

$$76 \quad \frac{x+1}{x^2-3x+1} > 0$$

$$\left[-1 < x < \frac{3-\sqrt{5}}{2}, \quad x > \frac{3+\sqrt{5}}{2} \right]$$

$$77 \quad \frac{x+1}{x^2+2x-3} > 0$$

$$[-3 < x < -1, \quad x > 1]$$

$$78 \quad \frac{x}{x^2-2x-8} < 0$$

$$[x < -2, \quad 0 < x < 4]$$

$$79 \quad \frac{x}{x^2-3x-4} < 0$$

$$[x < -1, \quad 0 < x < 4]$$

$$80 \quad \frac{x^2-5x+4}{x^2+x} > 0$$

$$[x < -1, \quad 0 < x < 1, \quad x > 4]$$

$$81 \quad \frac{x^2-2x-1}{x^2-x} > 0$$

$$[x < 1 - \sqrt{2}, \quad 0 < x < 1, \quad x > 1 + \sqrt{2}]$$

$$82 \quad \frac{7}{x-2} < 3 - \frac{8}{x-5}$$

$$[x < 2, \quad 3 < x < 5, \quad x > 9]$$

$$83 \quad \frac{x}{x-2} - \frac{27}{x(x-3)+2} > \frac{3}{x-2}$$

$$[x < 2 - \sqrt{28}, \quad 1 < x < 2, \quad x > 2 + \sqrt{28}]$$

$$84 \quad \frac{2x^2-x-1}{x^2+6x+5} < 0$$

$$\left[-5 < x < -1, \quad -\frac{1}{2} < x < 1 \right]$$

$$85 \quad \frac{2x^2+x-1}{x^2-5x+6} < 0$$

$$\left[-1 < x < \frac{1}{2}, \quad 2 < x < 3 \right]$$

$$86 \quad \frac{3x-1}{3x+1} + \frac{3x+1}{3x-1} > 1$$

$$\left[x < -\frac{1}{3}, \quad x > \frac{1}{3} \right]$$

$$87 \quad \frac{x+1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} + \frac{1}{x^2-1} > 0$$

$$[x < -1, \quad x > 1]$$

$$88 \quad \frac{(x^2-4x)(x^2-1)}{x^2-x-6} \leq 0$$

$$[-2 < x \leq -1, \quad 0 \leq x \leq 1, \quad 3 < x \leq 4]$$

$$89 \quad \frac{(-x^2+x)(x^2+1)}{x^2+4} < 0$$

$$[x < 0, \quad x > 1]$$

$$90 \quad (2x^2+1)(x^2+5)(3x^2+2) > 0$$

$$[\text{ogni valore di } x]$$

$$91 \quad \frac{x^2-2}{4x^2+4x+1} - \frac{1}{2x+1} > 0$$

$$[x < -1, \quad x > 3]$$

$$92 \quad \frac{(3x-1)(3x+1)}{9x^2+6x+1} + \frac{1}{3x+1} > 1$$

$$\left[x < -\frac{1}{3} \right]$$

$$93 \quad \frac{(x-2)(x+2)}{x^2-6x+9} > \frac{1}{x-3}$$

$$\left[x < \frac{1-\sqrt{5}}{2}, \quad \frac{1+\sqrt{5}}{2} < x < 3, \quad x > 3 \right]$$

$$94 \quad \frac{x^2+1}{x^2-2x} - \frac{1}{x-2} > \frac{1}{x}$$

$$[x < 0, \quad x > 2]$$

$$95 \quad \frac{1}{2x-1} + \frac{1}{2x+1} > \frac{1}{4x^2+1+4x}$$

$$\left[x > \frac{1}{2} \right]$$

$$96 \quad \frac{2}{x+3} + \frac{1}{x-3} > \frac{1}{x^2-6x+9}$$

$$\left[-3 < x < \frac{13-\sqrt{97}}{6}, \quad x > \frac{13+\sqrt{97}}{6} \right]$$

$$97 \quad \frac{x^2-7}{2x^2-6x} - \frac{1}{x} < \frac{x-1}{x-3}$$

$$[x < 0, \quad x > 3]$$

$$98 \quad \frac{5x+3}{2x-1} + \frac{x-1}{2x+1} > \frac{4-x}{4x^2-1}$$

$$\left[x < -\frac{3}{4}, \quad -\frac{1}{2} < x < 0, \quad x > \frac{1}{2} \right]$$

$$99 \quad \frac{x-2}{x-3} + \frac{x-3}{x-4} < \frac{19-12x}{x^2-7x+12}$$

$$[-1 < x < 1, \quad 3 < x < 4]$$

$$100 \quad \frac{x-2}{x^2+4x+4} + \frac{6x}{x^2-4} > \frac{1}{x-2} \quad \left[-\frac{2}{3} < x < 0, \quad x > 2 \right]$$

$$101 \quad \frac{x^2-1}{x^2-6x+5} - \frac{1}{x-5} + \frac{1}{x-1} \geq 0 \quad [x \leq -\sqrt{5}, \quad 1 < x \leq \sqrt{5}, \quad x > 5]$$

$$102 \quad \frac{2}{x^2-6x+9} + \frac{1}{x^2-4x+3} \leq 0 \quad \left[1 < x \leq \frac{5}{3} \right]$$

$$103 \quad \frac{x^2-2x+1}{x(2x^2-x-1)} > 0 \quad \left[-\frac{1}{2} < x < 0, \quad x > 1 \right]$$

$$104 \quad \frac{(x+3)(2x^2-5x+1)}{x^2+3} < 0 \quad \left[x < -3, \quad \frac{5-\sqrt{17}}{4} < x < \frac{5+\sqrt{17}}{4} \right]$$

$$105 \quad \frac{(2x-1)(3x^2+4x+1)}{(x+1)(x^2-9)} \leq 0 \quad \left[-3 < x < -1, \quad -1 < x \leq -\frac{1}{3}, \quad \frac{1}{2} \leq x < 3 \right]$$

$$106 \quad \frac{(x^2+8)(x-9)^2}{(x-4)^4} \geq 0 \quad [x \neq 4]$$

$$107 \quad \frac{(x^2+9)(x-16)^4}{x^2+\sqrt{17}} > 0 \quad [x \neq 16]$$

$$108 \quad \frac{1+x}{1-x} - 1 > \frac{1-x}{1+x} + \frac{4x}{1-x^2} \quad [\text{nessuna soluzione}]$$

$$109 \quad \frac{1}{x^2-2x+3} - \frac{1}{2x^2-x+1} > 0 \quad [x < -2, \quad x > 1]$$

$$110 \quad \frac{2x^2-2x+9}{x^2-2x+5} - 1 > 0 \quad [\text{per ogni valore di } x]$$

$$111 \quad x^4 - 10x^2 + 9 > 0 \quad [x < -3, \quad -1 < x < 1, \quad x > 3]$$

$$112 \quad x^4 - 26x^2 + 25 < 0 \quad [-5 < x < -1, \quad 1 < x < 5]$$

$$113 \quad 5x^3 - 21x^2 - 21x + 5 \geq 0 \quad \left[-1 \leq x \leq \frac{1}{5}, \quad x \geq 5 \right]$$

$$114 \quad \frac{2x^3 - 3x^2 - 3x + 2}{x} < 0$$

$$\left[-1 < x < 0, \quad \frac{1}{2} < x < 2 \right]$$

$$115 \quad \frac{3x^4 - 10x^3 + 10x - 3}{(x+2)^3} > 0$$

$$\left[-2 < x < -1, \quad \frac{1}{3} < x < 1, \quad x > 3 \right]$$

$$116 \quad (x^6 - 126x^3 + 125)(x^4 + 2x^2 + 1) \geq 0$$

$$[x \leq 1, \quad x \geq 5]$$

$$117 \quad \frac{x^3 + 3x^2 + 7x + 10}{8 - x} > 0$$

$$[-2 < x < 8]$$

$$118 \quad \frac{(x^5 - 32)(x^6 - 1)}{x^3 - 27} < 0$$

$$[-1 < x < 1, \quad 2 < x < 3]$$

$$119 \quad \frac{(x-3)^2}{5x} \leq 0; \quad 3x(x+8)^4 \geq 0$$

$$[x < 0, \quad x = 3; \quad x \geq 0, \quad x = -8]$$

Risolvere i seguenti sistemi di disequazioni:

$$120 \quad \begin{cases} x+2 > 3 \\ 2x-1 > x+5 \end{cases}; \quad \begin{cases} 2x+1 > 3x-1 \\ x < 2x+4 \end{cases}$$

$$[x > 6; \quad -4 < x < 2]$$

$$121 \quad \begin{cases} 2x+5 > \frac{1}{2}x-1 \\ x+2 > 5x-\frac{1}{2} \end{cases}$$

$$\left[-4 < x < \frac{5}{8} \right]$$

$$122 \quad \begin{cases} \frac{1}{2}(x-1) < 2x \\ \frac{x+1}{2} < \frac{x-1}{3} \end{cases}$$

[nessuna soluzione]

$$123 \quad \begin{cases} x-1 > -2x+3 \\ 2x-1 > \frac{1}{2}x \end{cases}$$

$$\left[x > \frac{4}{3} \right]$$

$$124 \quad \begin{cases} \frac{x+1}{2} - \frac{x-1}{3} > 0 \\ \frac{3x+1}{3} - 1 > 0 \\ x+2 > -5x-1 \end{cases}$$

$$\left[x > \frac{2}{3} \right]$$

$$125 \quad \begin{cases} \frac{x-1}{2} + \frac{x+1}{2} \geq 0 \\ x + \frac{1}{2} > 2x - 3 \end{cases}$$

$$\left[0 \leq x < \frac{7}{2} \right]$$

$$126 \quad \begin{cases} \frac{2}{3}x - \frac{1}{2} < x \\ \frac{1}{2}x - \frac{4}{5} > x + 1 \end{cases}$$

[nessuna soluzione]

$$127 \quad \begin{cases} 3x - 1 > \frac{1}{2} \\ \frac{x-1}{2} > \frac{1}{2} - 3x \\ x + 4 > 2(x + 1) \end{cases}$$

$$\left[\frac{1}{2} < x < 2 \right]$$

$$128 \quad \begin{cases} \frac{1}{3}(x-1) > \frac{1}{2}(x-3) \\ \frac{2x-5}{2} > 0 \\ \frac{1}{2}x + 1 > -\frac{3}{2}x + 1 \end{cases}$$

$$\left[\frac{5}{2} < x < 7 \right]$$

$$129 \quad \begin{cases} \frac{x-1}{1 - \frac{1}{2}} < 0 \\ \frac{2x+1}{2} > \frac{x-1}{3} \end{cases}$$

$$\left[-\frac{5}{4} < x < 1 \right]$$

$$130 \quad \begin{cases} \frac{2x-3}{5} > 2 \\ x + 1 < \frac{x-3}{2} \\ x + \frac{1}{2} - \frac{x}{2} < 0 \end{cases}$$

[nessuna soluzione]

$$131 \quad \begin{cases} 2x - \frac{1}{2} > \frac{8x-5}{4} \\ \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}x - 1 \right) < \frac{2}{3}x + 1 \end{cases}$$

$$[x < 18]$$

- 132 $\begin{cases} 3x - 1 > 3x - 2 \\ \frac{3x - 1}{2} + 1 > 0 \end{cases}$ $\left[x > -\frac{1}{3} \right]$
- 133 $\begin{cases} x^2 - 2x - 3 > 0 \\ \frac{2x + 1}{2} < 1 \end{cases}$ $[x < -1]$
- 134 $\begin{cases} x^2 - 1 < 0 \\ \frac{x + 1}{3} > -x + 1 \end{cases}$ $\left[\frac{1}{2} < x < 1 \right]$
- 135 $\begin{cases} x(x + 2) < 0 \\ \frac{x + 1}{3} + 1 < x \end{cases}$ [nessuna soluzione]
- 136 $\begin{cases} x^2 - x - 2 \geq 0 \\ 16 - x^2 > 0 \end{cases}$ $[-4 < x \leq -1, \quad 2 \leq x < 4]$
- 137 $\begin{cases} x^2 + x - 2 > (x - 1)^3 - x(x - 1)^2 \\ 4x^2 + 5x + 1 < 0 \end{cases}$ $\left[-1 < x < -\frac{1}{2} \right]$
- 138 $\begin{cases} x^2 + x - 20 \leq 0 \\ (x + 4)^5 > 0 \\ (6 - x)^3 > 0 \end{cases}$ $[-4 < x \leq 4]$
- 139 $\begin{cases} 3(x + 3) - (4 - x)^2 > 3 \\ (3 - x)^2 + 9(x - 2) \geq 3x \end{cases}$ $[3 \leq x < 10]$
- 140 $\begin{cases} \frac{(x + 2)(x - 1)}{3} > 0 \\ \frac{1}{2}x + 1 < \frac{3}{2}x - 1 \end{cases}$ $[x > 2]$
- 141 $\begin{cases} \frac{x + 1}{x - 1} < 0 \\ 2x(x + 3) > 0 \end{cases}$ $[0 < x < 1]$
- 142 $\begin{cases} \frac{2x - 1}{x - 2} > 0 \\ x\left(x - \frac{1}{2}\right) > 0 \end{cases}$ $[x < 0, \quad x > 2]$

- 143
$$\begin{cases} 2x^2 - 3x < 0 \\ x^2 - 8x < 0 \\ 2x^2 + 4x > 0 \end{cases} \quad \left[0 < x < \frac{3}{2} \right]$$
- 144
$$\begin{cases} 2x^2 - 3x + 1 > 0 \\ x^2 - x - 1 > 0 \end{cases} \quad \left[x < \frac{1 - \sqrt{5}}{2}, \quad x > \frac{1 + \sqrt{5}}{2} \right]$$
- 145
$$\begin{cases} 6x^2 - 5x + 1 \leq 0 \\ x^2 - 2x + 2 > 0 \end{cases} \quad \left[\frac{1}{3} \leq x \leq \frac{1}{2} \right]$$
- 146
$$\begin{cases} (3x - 2)(x + 1) > -2 \\ (x - 1)^2 < 4 \end{cases} \quad \left[-1 < x < -\frac{1}{3}, \quad 0 < x < 3 \right]$$
- 147
$$\begin{cases} \left(x - \frac{1}{2} \right) \left(x + \frac{1}{2} \right) > \frac{1}{2} \\ \frac{x^2 - 1}{2} + x > 0 \end{cases} \quad \left[x < -1 - \sqrt{2}, \quad x > \frac{\sqrt{3}}{2} \right]$$
- 148
$$\begin{cases} x^2 - 6x + 5 > 0 \\ x^2 - 2x - 3 < 0 \\ x^2 - 4 > 0 \end{cases} \quad \text{[nessuna soluzione]}$$
- 149
$$\begin{cases} \frac{x-1}{x} + x > 1 \\ \frac{x+1}{x-1} + 3x > 1 \end{cases} \quad [x > 1]$$
- 150
$$\begin{cases} \frac{x^2 + 1}{x - 1} + 2x + 2 > 0 \\ \frac{x^2 - 1}{x} - \frac{2}{x} > x \end{cases} \quad \left[-\sqrt{\frac{1}{3}} < x < 0 \right]$$
- 151
$$\begin{cases} \frac{1}{x} > \frac{1}{x-3} \\ -2x^2 + 3x - 1 < 0 \\ \frac{x^2 - 6x + 5}{x} > 0 \end{cases} \quad \left[0 < x < \frac{1}{2} \right]$$
- 152
$$\begin{cases} x^2 - 1 \geq \frac{4x}{\sqrt{5}} \\ 2(x - 2)(x + 1) < 3x - 1 \end{cases} \quad \left[-\frac{1}{2} < x \leq -\frac{\sqrt{5}}{5}, \quad \sqrt{5} \leq x < 3 \right]$$

$$153 \quad \begin{cases} 3x(1-x) - 1 \geq (2x-1)(2x+1) \\ (x-1)^2 - (3x+2)^2 + 3[4+(x-3)] \geq 0 \\ 25 - x^2 > 0 \end{cases} \quad [x = 0]$$

$$154 \quad \begin{cases} x^3 + 27 > 0 \\ x^6 - 7x^3 - 8 < 0 \\ 3x + 2 < 0 \end{cases} \quad \left[-1 < x < -\frac{2}{3}\right]$$

Risolvere le seguenti disequazioni nelle quali compaiono dei valori assoluti:

$$155 \quad |x - 5| > 2 \quad [x < 3, \quad x > 7]$$

$$156 \quad |3x + 1| > 5 \quad \left[x < -2, \quad x > \frac{4}{3}\right]$$

$$157 \quad |x + 2| < 3 \quad [-5 < x < 1]$$

$$158 \quad |2x - 5| < 7 \quad [-1 < x < 6]$$

$$159 \quad \left|\frac{3x-1}{2} + 1\right| > 5 \quad \left[x < -\frac{11}{3}, \quad x > 3\right]$$

$$160 \quad \left|\frac{x-5}{4} - 2\right| < 1 \quad [9 < x < 17]$$

$$161 \quad |x^2 - 1| > 3 \quad [x < -2, \quad x > 2]$$

$$162 \quad |2x + 1| > -3; \quad |x - 2| < -5 \quad [\text{ogni valore di } x; \text{ nessuna soluzione}]$$

$$163 \quad |x^2 + 1| \geq 10 \quad [x \leq -3, \quad x \geq 3]$$

$$164 \quad |x^2 + 10| > 1 \quad [\text{ogni valore di } x]$$

$$165 \quad |x^2 + x| > 2 \quad [x < -2, \quad x > 1]$$

$$166 \quad \left|\frac{x-1}{x}\right| > 1 \quad \left[x < 0, \quad 0 < x < \frac{1}{2}\right]$$

- 167 $|x^2 - 5x| > 6$ $[x > -1, 2 < x < 3, x > 6]$
- 168 $|x^2 - 2x| < 3$ $[-1 < x < 3]$
- 169 $|2x^2 + 3x - 8| > -2$ [ogni valore di x]
- 170 $|5 - x^2 + x| < -4$ [nessuna soluzione]
- 171 $\left| \frac{x-8}{x^2+1} \right| > 5$ $\left[\frac{-1-\sqrt{61}}{10} < x < \frac{-1+\sqrt{61}}{10} \right]$
- 172 $|x-2| > x^2$ $[-2 < x < 1]$
- 173 $|x+1| < x^2+1$ $[x < 0, x > 1]$
- 174 $\left| \frac{x^2+4}{x} \right| > 5$ $[x < -4, -1 < x < 0, 0 < x < 1, x > 4]$

Date le seguenti equazioni parametriche di secondo grado stabilire per quali valori reali del parametro k le due radici sono reali e individuare il loro segno:

- 175 $x^2 - 2(k-1)x + 1 = 0$ [Le radici sono reali per $k \leq 0$ e per $k \geq 2$;
per $k \leq 0$ sono entrambe negative e per $k \geq 2$ entrambe positive].
- 176 $x^2 + 2(k+1)x - 1 = 0$ [Le radici sono reali per ogni valore di k e per
ogni valore di k una radice è positiva e l'altra negativa].
- 177 $x^2 - (2k+1)x + 2 = 0$ [Per $k \leq \frac{-1-\sqrt{8}}{2}$ e per $k \geq \frac{-1+\sqrt{8}}{2}$
le radici sono reali; per $k \leq \frac{-1-\sqrt{8}}{2}$ le radici sono entrambe negative, per
 $k \geq \frac{-1+\sqrt{8}}{2}$ sono entrambe positive]
- 178 $2x^2 + (k-2)x - 1 = 0$ [Le radici sono reali e discordi per ogni valore di k]

- 179 $x^2 - (k - 3)x + k = 0$
 [Le radici sono reali per $k \leq 1$ e per $k \geq 9$; per $k < 0$ le radici sono discordi, per $0 < k \leq 1$ sono negative, per $k \geq 9$ sono positive e per $k = 0$ sono una nulla e l'altra negativa].
- 180 $x^2 + (k - 5)x - 2k = 0$ [Le radici sono reali per ogni valore di k ; per $k < 0$ le radici sono positive, per $k > 0$ sono una positiva e l'altra negativa, per $k = 0$ sono una nulla e l'altra positiva].
- 181 $2kx^2 - (k + 1)x - 3k = 0$ [Per ogni $k \neq 0$ le radici sono reali e discordi]
- 182 $x^2 + 2(k - 3)x + k^2 = 0$ [Per $k \leq \frac{3}{2}$ le radici sono reali e non negative]
- 183 $x^2 + 2kx + k^2 + 5 = 0$ [Per nessun valore di k le radici sono reali]
- 184 $x^2 - kx + k - 1 = 0$
 [Le radici sono reali per ogni valore di k ; per $k < 1$ le radici sono una positiva e l'altra negativa, per $k > 1$ sono entrambe positive, per $k = 1$ sono una positiva e l'altra nulla]
- 185 $2x^2 + 2kx - k = 0$ [Le radici sono reali per $k \leq -2$ e per $k \geq 0$; per $k \leq -2$ sono entrambe positive, per $k > 0$ sono discordi, per $k = 0$ sono entrambe nulle]
- 186 $(k - 1)x^2 - 2x - (k + 1) = 0$
 [Per ogni $k \neq 1$ le radici sono reali; per $-1 < k < 1$ sono entrambe negative, per $k < -1$ e per $k > 1$ sono una positiva e l'altra negativa, per $k = -1$ sono una nulla e l'altra negativa]
- 187 $kx^2 - x - k - 1 = 0$ [Per ogni $k \neq 0$ le radici sono reali; per $k < -1$ e $k > 0$ sono discordi, per $-1 < k < 0$ sono negative, per $k = -1$ sono una nulla e l'altra negativa]
- 188 $(k^2 + 1)x^2 - 2kx + 1 = 0$ [Per nessun valore di k le radici sono reali]
- 189 $(k - 2)x^2 - 2x + (k - 1) = 0$ [Per $\frac{3 - \sqrt{5}}{2} \leq k < 1$ le radici sono reali negative, per $1 < k < 2$ le radici sono reali discordi, per $2 < k \leq \frac{3 + \sqrt{5}}{2}$ sono reali positive, per $k = 1$ sono una nulla e l'altra negativa]
- 190 $8x^2 + 2(k - 2)x - k = 0$ [Le radici sono reali per ogni valore di k ; per $k < 0$ sono entrambe positive, per $k > 0$ sono discordi, per $k = 0$ sono una nulla e l'altra positiva]

- 191 $x^2 + (1 - 2k)x + k^2 = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Le radici sono reali per } k \leq \frac{1}{4}; \text{ sono negative per } k < 0 \\ 0 < k < \frac{1}{4}; \text{ per } k = 0 \text{ sono una nulla e l'altra negativa} \end{array} \right.$
- 192 $(k - 3)x^2 - 2(k + 1)x + k - 1 = 0$ $\left\{ \begin{array}{l} \text{Le radici sono reali per } k \geq \frac{1}{3} \text{ e diverso da } 1 \\ \text{per } \frac{1}{3} \leq k < 1 \text{ le radici sono negative, per } 1 < k < 3 \text{ sono discordi, per } k > 3 \text{ sono} \\ \text{positive, per } k = 1 \text{ sono una nulla e l'altra negativa} \end{array} \right.$

Risolvere i seguenti problemi:

- 193 In un triangolo isoscele la base supera di 4 cm l'altezza ad essa relativa; per quali valori della misura della base l'area del triangolo è compresa tra 70 cm^2 e 160 cm^2 ?
[$14 \text{ cm} < \text{base} < 20 \text{ cm}$]
- 194 In un rettangolo la base supera il doppio dell'altezza di 6 cm; per quali valori dell'altezza l'area del rettangolo supera i 100 cm^2 ?
 $\left[\text{altezza} > \left(\frac{-3 + \sqrt{209}}{2} \right) \text{ cm} \right]$
- 195 Quanto deve misurare il lato maggiore di un rettangolo equivalente ad un quadrato di lato 10 dm affinché il suo perimetro superi i 50 dm? [lato maggiore $> 20 \text{ dm}$]
- 196 Un triangolo isoscele è equivalente ad un quadrato di lato 8 dm; quanto deve misurare la sua base affinché la somma della base con l'altezza ad essa relativa non superi i 20 dm? [impossibile]
- 197 Come nel problema precedente nel caso la somma della base con l'altezza non debba superare i 40 dm.
[$(20 - 4\sqrt{17}) \text{ dm} \leq \text{base} \leq (20 + 4\sqrt{17}) \text{ dm}$]
- 198 Tre segmenti le cui misure sono rispettivamente 10 cm, 12 cm, 30 cm possono essere lati di un triangolo? Aggiungendo a tutti e tre i segmenti dati uno stesso segmento, i segmenti ottenuti possono essere i lati del triangolo? Come deve essere la misura del segmento aggiunto affinché ciò sia possibile? [no, sì, maggiore di 8 cm]
- 199 Se un corridore percorre 100 m e desidera percorrerli con una velocità v compresa tra 5 m/sec e 10 m/sec, quanto tempo deve impiegare? Rappresentare in un piano cartesiano la funzione $v = \frac{100}{t}$ (sottintendendo t in sec e v in m/sec) e interpretare graficamente il risultato ottenuto.
[$10 \text{ sec} < t < 12,5 \text{ sec}$]

- 200** Si vuole far muovere un corpo libero puntiforme di massa 100 g-massa con una accelerazione compresa tra i 10 m/sec² e i 15 m/sec²; a quali condizioni deve soddisfare la forza capace di imprimere al corpo una tale accelerazione?
[1 Newton < F < 1,5 Newton]
- 201** Lo stipendio di un rappresentante è di lire 800.000 più il 5% del fatturato da lui mensilmente procurato alla ditta dalla quale dipende. Quanto deve essere questo fatturato affinché il suo stipendio superi i 2.000.000 di lire? Rappresentare in un piano cartesiano l'andamento dello stipendio in funzione del fatturato ed interpretare graficamente il risultato ottenuto.
[superiore a 24.000.000 di lire]
- 202** Ricordando che la velocità, in funzione del tempo, di un corpo lanciato verticalmente dal basso all'alto è $v = v_0 - gt$ (essendo v_0 la velocità iniziale e g l'accelerazione di gravità che vale circa 9,8 m/sec²) trovare in quale intervallo di tempo un sasso, lanciato verso l'alto con velocità iniziale di 12 m/sec, salirà con una velocità superiore ai 6 m/sec. Rappresentare in un piano cartesiano la funzione $v = 12 - 9,8t$ (sottintendendo t in sec e v in m/sec) e interpretare graficamente il risultato ottenuto.
[0 sec < t < 0,61 sec circa]

Stabilire per quali valori della variabile i seguenti radicali algebrici assumono valore reale:

203 $\sqrt{x+1}$; $\sqrt{2x-1}$ $\left[x \geq -1; x \geq \frac{1}{2} \right]$

204 $\sqrt{x^2-1}$; $\sqrt{4-x^2}$ $[x \leq -1 \text{ e } x \geq 1; -2 \leq x \leq 2]$

205 $\sqrt{x^2-3x}$; $\sqrt{x^2+4x}$ $[x \leq 0 \text{ e } x \geq 3; x \leq -4 \text{ e } x \geq 0]$

206 $\sqrt{\frac{x-3}{x+1}}$; $\sqrt{\frac{x}{2-x}}$ $[x < -1 \text{ e } x \geq 3; 0 \leq x < 2]$

207 $\sqrt{x^3-1}$; $\sqrt{x^4-1}$ $[x \geq 1; x \leq -1 \text{ e } x \geq 1]$

208 $\sqrt{\frac{9x^2-1}{x^2+1}}$; $\sqrt{\frac{3x^2-4}{x^2+9}}$ $\left[x \leq -\frac{1}{3} \text{ e } x \geq \frac{1}{3}, x \leq -\frac{2\sqrt{3}}{3} \text{ e } x \geq \frac{2\sqrt{3}}{3} \right]$

209 $\sqrt[3]{x+2}$; $\sqrt[3]{3-x}$ [per ogni valore di x in entrambi i casi]

Esercitazioni preliminari

Le equazioni dei seguenti gruppi sono sicuramente equivalenti tra loro; spiegare perché:

$$1 \quad \frac{x-5}{2} = 3;$$

$$x-5 = 6;$$

$$\frac{x-5}{6} = 1$$

$$2 \quad x^2 - x + 4 = 2;$$

$$x^2 - x + 10 = 8;$$

$$x^2 - x + 3 = 1$$

$$3 \quad x^3 - x^2 + 4x = 4;$$

$$x^3 - x^2 + 6x = 4 + 2x;$$

$$2x^3 - x^2 + 4x = x^3 + 4$$

$$4 \quad \frac{x+4}{5} + x = 3 - 2x;$$

$$\frac{x+4}{5} + 3x = 3;$$

$$\frac{x+4}{5} + 3x - 3 = 0$$

Considerando solamente le soluzioni reali dire se le seguenti coppie di equazioni sono tra loro sicuramente equivalenti e spiegare perchè:

$$5 \quad x-5 = 3;$$

$$(x-5)^2 = 9$$

$$6 \quad 2x+1 = x-3;$$

$$(2x+1)^3 = (x-3)^3$$

$$7 \quad x-7 = -2;$$

$$(x-7)^4 = 16$$

$$8 \quad \sqrt{x-3} = -2;$$

$$x-3 = 4$$

$$9 \quad 4-x = 2x;$$

$$(4-x)^2 + 1 = 4x^2 + 1$$

$$10 \quad (x+5) = -3;$$

$$(x+5)^3 + x = -27 + x$$

$$11 \quad 2x - 5 = 7; \quad (x^2 + 8)(2x - 5) = 7(x^2 + 8)$$

$$12 \quad (x^2 - 4)(x + 1) = 3(x^2 - 4); \quad x + 1 = 3$$

Le seguenti equazioni non possono avere soluzioni reali; senza risolverle dire perchè:

$$13 \quad 3x^2 + 5 = 0$$

$$14 \quad (3x - 7)^2 + 8 = -2$$

$$15 \quad \sqrt{x + 8} = -5$$

$$16 \quad \sqrt{x^2 - 4} + 2 = 0$$

$$17 \quad \sqrt{x - 8} + \sqrt{2 - x} = 0$$

$$18 \quad \sqrt[4]{x^3} + 2x^2 = -1$$

$$19 \quad \sqrt[3]{x^2 + 9} + 7 = 0$$

$$20 \quad 1 + \sqrt[3]{(x + 4)^2} = -9$$

Esercizi

Risolvere nel campo reale le seguenti equazioni irrazionali (le radici racchiuse in parentesi tonda non sono accettabili):

$$1 \quad \sqrt{x - 1} = 1 \quad [2]$$

$$2 \quad \sqrt{x^2 + 5} = 3 \quad [\pm 2]$$

$$3 \quad \sqrt{x^2 - x} = x + 1 \quad \left[-\frac{1}{3}\right]$$

$$4 \quad \sqrt{x + 1} = x + 1 \quad [0, -1]$$

$$5 \quad \sqrt{6x - 5} + x = 0 \quad [(1), (5)]$$

$$6 \quad \sqrt{6x - 5} - x = 0 \quad [1, 5]$$

$$7 \quad \sqrt{4x - 3} = 6 - x \quad [3, (13)]$$

$$8 \quad \sqrt{4x - 3} = x - 6 \quad [(3), 13]$$

$$9 \quad \sqrt[3]{x^3 + 1} = x + 1$$

$$[0, -1]$$

$$10 \quad \sqrt[3]{x^3 + 3x - 2} = x - 1$$

$$\left[-\frac{\sqrt{3}}{3}, \frac{\sqrt{3}}{3}\right]$$

$$11 \quad x = \sqrt[4]{5x^2 - 4}$$

$$[1, (-1), 2, (-2)]$$

$$12 \quad x + 1 = \sqrt[4]{x^4 + 4x^3 + 6x^2}$$

$$\left[-\frac{1}{4}\right]$$

$$13 \quad \sqrt[5]{x-1} = 1$$

$$[2]$$

$$14 \quad \sqrt[5]{x^5 - 31} = 1$$

$$[2]$$

$$15 \quad \sqrt[3]{x^3 - 2x - 20} + 2 = x$$

$$\left[3, -\frac{2}{3}\right]$$

$$16 \quad \sqrt[3]{(x+3)(x+5)} - x = 3$$

$$[-3, -1, -4]$$

$$17 \quad 2x - 1 - \sqrt[5]{(2x-1)^3(x+27)} = 0$$

$$\left[\frac{1}{2}, -2, \frac{13}{4}\right]$$

$$18 \quad \sqrt[3]{1-8x^3} + 2x + 5 = 0$$

$$[\text{impossibile}]$$

$$19 \quad \sqrt{x^2 + 24} + 3 = 2x$$

$$[5, (-1)]$$

$$20 \quad 2 = x - \sqrt[4]{x^4 - 4x^2 - 44}$$

$$[3]$$

$$21 \quad 2x = \sqrt{8-x} + 6$$

$$\left[4, \left(\frac{7}{4}\right)\right]$$

$$22 \quad \sqrt{x^2 + 9} - x^2 + 11 = 0$$

$$[\pm 4, (\pm\sqrt{7})]$$

$$23 \quad \sqrt[4]{x^4 - 17x^2 + 16} = 2$$

$$[0, \pm\sqrt{17}]$$

$$24 \quad \sqrt[4]{x^4 + 12x^3 + 54x^2} - x = 3$$

$$\left[-\frac{3}{4}\right]$$

$$25 \quad 1 = x - \sqrt{x^3 - 7} \quad [2]$$

$$26 \quad 2 + \sqrt{x^2 + 4x} = x \quad \left[\left(\frac{1}{2} \right) \right]$$

$$27 \quad a + \sqrt{x^2 - ax - 2a^2} = x \quad (\text{con } a > 0) \quad [3a]$$

$$28 \quad \sqrt{a + 2x} = a + 2x \quad \left[-\frac{a}{2}, \frac{1-a}{2} \right]$$

$$29 \quad \sqrt{ax - 3a + 1} = x - 2 \quad [\text{per } a \geq 1: 3, \quad a + 1; \quad \text{per } a < 1: 3, \quad (a + 1)]$$

$$30 \quad x - \sqrt{x^2 - 225a^2} = 9a \quad (\text{con } a > 0) \quad [17a]$$

$$31 \quad \sqrt{x + 1} = \sqrt{2x + 1} \quad [0]$$

$$32 \quad \sqrt{x^2 - 8x} - \sqrt{x - 8} = 0 \quad [(1), \quad 8]$$

$$33 \quad \sqrt{x^2 + x - 1} - \sqrt{x^2 - 2x + 4} = 0 \quad \left[\frac{5}{3} \right]$$

$$34 \quad \sqrt[4]{x^2 + 8} - \sqrt[4]{4x + 5} = 0 \quad [1, \quad 3]$$

$$35 \quad \sqrt{3x + 10} + \sqrt{4x + 8} = 0 \quad [(2)]$$

$$36 \quad \sqrt[4]{x + 15} + \sqrt[4]{16x} = 0 \quad [(1)]$$

$$37 \quad \sqrt[3]{x^2 + 6x} + \sqrt[3]{5} = 0 \quad [-1, \quad -5]$$

$$38 \quad \sqrt{x - 1} + \sqrt{x + 7} = 4 \quad [2]$$

$$39 \quad \sqrt{2x - 1} + \sqrt{x} = 2 \quad [1, \quad (25)]$$

$$40 \quad \sqrt{x^2 - 5} + 2 = \sqrt{x^2 + 7} \quad [-3, \quad 3]$$

$$41 \quad \sqrt{4(x + 1)} + \sqrt{9 - 4x} - 5 = 0 \quad \left[0, \quad \frac{5}{4} \right]$$