

Esercitazioni preliminari

Calcolare mentalmente se le seguenti equazioni hanno per soluzioni i valori a fianco riportati:

- | | | | | | |
|---|--------------------------|-----------|----------------------------|----------------|----------|
| 1 | $x^2 - 5x + 4 = 0$ | $x = 1;$ | $x^2 + 2\sqrt{3}x - 9 = 0$ | $x = \sqrt{3}$ | [si; sì] |
| 2 | $2x^2 + x - 1 = 0$ | $x = -1;$ | $3x^2 - 14 = 0$ | $x = 2$ | [si; no] |
| 3 | $(x - 5)(x + 2) = 6$ | $x = 6;$ | $x^2 + 4 = 4x$ | $x = 2$ | [no; sì] |
| 4 | $x^2 + 2ax - a^2 = 2a^2$ | $x = a;$ | $6bx + 7b^2 = x^2$ | $x = -b$ | [si; sì] |

Accanto a ciascuna delle seguenti equazioni di 2° grado sono indicati tre numeri tra i quali figurano sicuramente le due soluzioni dell'equazione stessa; senza eseguire calcoli e verifiche, ma procedendo unicamente per esclusione, stabilire quali sono le soluzioni:

5 Esercizio guida.

$$x^2 + 10x + 21 = 0 \qquad -3, \quad -7, \quad 5$$

Poiché un numero positivo sostituito alla x nel membro di sinistra dell'uguaglianza rende quest'ultimo sicuramente positivo (e quindi non uguale a zero), 5 non può essere soluzione dell'equazione proposta. Le soluzioni saranno pertanto -3 e -7 .

$$6 \quad x(x - 1) = 5 \qquad \frac{1 + \sqrt{21}}{2}, \quad 0, \quad \frac{1 - \sqrt{21}}{2}$$

$$7 \quad 2x^2 + x - 1 = 0 \quad \sqrt{5}, \frac{1}{2}, -1$$

$$8 \quad x^2 + 11x + 10 = 0 \quad -10, -1, 1$$

$$9 \quad (x - 5)^2 = 16 \quad 5, 1, 9$$

$$10 \quad (x + 3)^2 = -2(x + 3) \quad -3, -5, 10$$

Per ciascuna delle seguenti equazioni in x stabilire mentalmente per quali valori della lettera a il valore a fianco riportato è soluzione dell'equazione stessa:

$$11 \quad x^2 + x + 3 = a \quad x = 1 \quad [a = 5]$$

$$12 \quad 2x^2 - 3x + 4 = 2a \quad x = 2 \quad [a = 3]$$

$$13 \quad (x - 5)(x + 1) = 7a \quad x = 6 \quad [a = 1]$$

$$14 \quad x^2 + 16 = a^2 \quad x = 3 \quad [a = \pm 5]$$

$$15 \quad x^2 + 4x + 3 = a \quad x = -1 \quad [a = 0]$$

$$16 \quad x^2 - 2x + 5 = 2a \quad x = -2 \quad \left[a = \frac{13}{2} \right]$$

$$17 \quad x^2 - 6x + 1 = 3a \quad x = 1 \quad \left[a = -\frac{4}{3} \right]$$

$$18 \quad x^2 + 225 = a^2 \quad x = 8 \quad [a = \pm 17]$$

Esercizi

Risolvere le seguenti equazioni numeriche di 2° grado spurie:

$$1 \quad x^2 + 2x = 0 \quad [0, -2] \quad 2 \quad 3x^2 - 4x = 0 \quad \left[0, \frac{4}{3} \right]$$

$$3 \quad 3x^2 - 5x = 0 \quad \left[0, \frac{5}{3}\right] \quad 4 \quad 2x - x^2 = 0 \quad [0, 2]$$

$$5 \quad 2x^2 - 2x = 0 \quad [0, 1] \quad 6 \quad 3x^2 + 6x = 0 \quad [0, -2]$$

$$7 \quad -x^2 - 3x = 0 \quad [0, -3] \quad 8 \quad 2x^2 + \frac{8}{3}x = 0 \quad \left[0, -\frac{4}{3}\right]$$

$$9 \quad -x^2 - \frac{1}{2}x = 0 \quad \left[0, -\frac{1}{2}\right] \quad 10 \quad \frac{1}{2}x^2 - x = 0 \quad [0, 2]$$

$$11 \quad (x-1)(x+1) + 1 + x = 0 \quad [0, -1]$$

$$12 \quad (x+1)^2 - 1 = 3x \quad [0, 1]$$

$$13 \quad \sqrt{3}x^2 + \sqrt{6}x = 0 \quad [0, -\sqrt{2}]$$

$$14 \quad (3x-1)^2 + (x+1)^2 = 2 - 8x \quad \left[0, -\frac{2}{5}\right]$$

$$15 \quad (x-\sqrt{3})^2 - (x+\sqrt{3})^2 + x^2 = 0 \quad [0, 4\sqrt{3}]$$

$$16 \quad (x-1+\sqrt{3})(x+1-\sqrt{3}) + (1-\sqrt{3})^2 = x \quad [0, 1]$$

$$17 \quad \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 - \frac{1}{2} = 2x \quad [0, 1]$$

$$18 \quad (x-1)(x^2+x+1) - (x-1)^3 = 0 \quad [0, 1]$$

$$19 \quad \frac{(x+1)^2}{2} - \frac{(x-1)^2}{3} = \frac{1}{6} \quad [0, -10]$$

$$20 \quad \sqrt{3}x^2 - x^2 + 2x = 0 \quad [0, -(1+\sqrt{3})]$$

$$21 \quad \frac{x(x-1)}{\frac{1}{2}} + \frac{(2-x)(2+x)}{1-\frac{1}{2}} = 8 + x^2 \quad [0, -2]$$

22 $(x^2 - 1) : \left(1 + \frac{1}{2}\right) - (x-1)^2 : \left(1 - \frac{1}{2}\right) + \frac{8}{3} = 0$ [0, 3]

23 $x \left[\frac{1}{2} (2x-1)^2 - \frac{4}{3} \right] + (x+1)(x-1) + 1 = \frac{x + 12x^3}{6}$ [0, -1]

24 $\left(\frac{x}{\sqrt{3}} + 1\right)^2 = \sqrt{3}(3 - \sqrt{3}x) + 1 - 3\sqrt{3}$ [0, $-2\sqrt{3} - 9$]

25 $\frac{(x+1)}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{(2x-5)^2 - (x-10)^2}{\frac{1}{2}} + 152$ [0, 1]

Risolvere e discutere le seguenti equazioni in x di 2° grado letterali spurie:

26 $ax^2 - 3bx = 0$ [0, $\frac{3b}{a}$] 27 $2x^2 + 3ax = 0$ [0, $-\frac{3a}{2}$]

28 $ax^2 - (a+1)x = 0$ [0, $\frac{a+1}{a}$] 29 $x^2 - 2ax + x = 0$ [0, $2a - 1$]

30 $x(x-a) + x = 0$ [0, $a - 1$] 31 $(a-1)x^2 + x = 0$ [0, $\frac{1}{1-a}$]

32 $\frac{x}{a} - \frac{x^2}{a^2} = x$ [0, $a - a^2$]

33 $\frac{(x-1)^2}{a^2} + \left(x - \frac{1}{a}\right)\left(x + \frac{1}{a}\right) = 0$ [0, $\frac{2}{1+a^2}$]

34 $(x-a)^2 + (2x+a)^2 = 2a^2$ [0, $-\frac{2a}{5}$]

35 $(x-2a)(x+2a) + 4a^2 - 2ax = 0$ [0, $2a$]

36 $\frac{x^2-1}{a+1} - \frac{x-1}{a-1} = \frac{2}{a^2-1}$ [0, $\frac{a+1}{a-1}$]

37 $\frac{x^2+1}{b} - \frac{x^2-1}{a} = \frac{a+b+x}{ab}$ [0, $\frac{1}{a-b}$]

$$38 \quad \frac{x^2 - a}{a} + \frac{x^2 + a}{2} = \frac{a(a-2) + x}{2a} \quad \left[0, \frac{1}{2+a}\right]$$

$$39 \quad \frac{x-1}{a+1} - \frac{x^2+1}{a^2-1} = \frac{a}{1-a^2} \quad [0, a-1]$$

$$40 \quad \frac{(x-1)(x-2)}{a-1} - \frac{(x+1)(x-2)}{1-a} = x \quad \left[0, \frac{3+a}{2}\right]$$

$$41 \quad (x-a)^2 - (2x-a)^2 = 0 \quad \left[0, \frac{2a}{3}\right]$$

$$42 \quad (x-a)^3 - x(x^2+a) + a^3 = 0 \quad \left[0, \frac{3a-1}{3}\right]$$

$$43 \quad \frac{x+b}{b-a} + \frac{b}{b+a} = \frac{2b^2 - x^2}{b^2 - a^2} \quad [0, -a-b]$$

$$44 \quad \frac{x^2-1}{2a} - \frac{x^2+1}{a} + \frac{x+3}{2a} = 0 \quad [0, 1]$$

$$45 \quad \frac{(x-a)^2}{(a-b)^2} - \frac{(x+a)^2}{(a+b)^2} = \frac{4a^3b}{(a^2-b^2)^2} \quad \left[0, \frac{a^2+b^2}{b}\right]$$

Risolvere le seguenti equazioni numeriche di 2° grado pure:

$$46 \quad 2x^2 - 8 = 0 \quad [\pm 2] \quad 47 \quad 2x^2 - 1 = 0 \quad \left[\pm \frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

$$48 \quad 12x^2 - \frac{1}{2} = 0 \quad \left[\pm \frac{\sqrt{6}}{12}\right] \quad 49 \quad 3x^2 - 12 = 0 \quad [\pm 2]$$

$$50 \quad x^2 + 9 = 0 \quad [\pm 3i] \quad 51 \quad (x+1)^2 - 2x = 5 \quad [\pm 2]$$

$$52 \quad \frac{x^2-1}{2} = (x-1)(x+1) \quad [\pm 1]$$

$$53 \quad \frac{x^2+2x}{2} = \frac{3x-1}{3} + 1 \quad \left[\pm \frac{2\sqrt{3}}{3}\right]$$

$$54 \quad (x+1)^3 - (x-1)^3 = 4 \quad \left[\pm \frac{\sqrt{3}}{3} \right]$$

$$55 \quad \left(x - \frac{2}{3}\right)^2 - (x+1)^2 + \frac{10x + x^2}{3} = 0 \quad \left[\pm \frac{\sqrt{15}}{3} \right]$$

$$56 \quad \frac{x^2}{3} - \left[\frac{x^2 - 1}{2} + \left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x + \frac{1}{2}\right) \right] = 5 \quad \left[x = \pm i \sqrt{\frac{51}{14}} \right]$$

Risolvere e discutere le seguenti equazioni in x letterali pure o riducibili a tali:

$$57 \quad 4x^2 - a^2 = 0 \quad \left[\pm \frac{a}{2} \right] \quad 58 \quad ax^2 + b = 0 \quad \left[\pm \sqrt{-\frac{b}{a}} \right]$$

$$59 \quad \frac{x^2 + 1}{a} - \frac{x^2 - 1}{b} = 0 \quad \left[\pm \sqrt{\frac{a+b}{a-b}} \right] \quad 60 \quad ax^2 + b = 2x^2 + 2b \quad \left[\pm \sqrt{\frac{b}{a-2}} \right]$$

$$61 \quad (x-a)^2 + (x-b)^2 + 2x(a+b) = 0 \quad \left[\pm i \sqrt{\frac{a^2 + b^2}{2}} \right]$$

$$62 \quad \frac{(x-a)(x+a)}{a-1} = a+1 \quad \left[\pm \sqrt{2a^2 - 1} \right]$$

$$63 \quad \frac{(ax-1)^2 + (ax+1)^2}{a} = ax^2 + \frac{3}{a} \quad \left[\pm \frac{1}{a} \right]$$

$$64 \quad \frac{(a-b)x^2}{a+b} + b^2 - a^2 = 0 \quad \left[\pm (a+b) \right]$$

$$65 \quad \frac{1}{a+x} + \frac{1}{a-x} = 1 \quad \left[\pm \sqrt{a^2 - 2a} \right]$$

$$66 \quad \frac{a^2 + ab + b^2}{a^2 b^2} x^2 = \frac{a^3 - b^3}{a-b} \quad \left[\pm ab \right]$$

$$67 \quad \frac{x^2(a-1)}{2} + \frac{2a(a-1)}{a+1} = \frac{4a^2}{a+1} - \frac{x^2(1-a)}{2a} \quad \left[\pm \frac{2a}{a-1} \right]$$

$$68 \quad \frac{(a-x)(x-b)}{x} = a+b-2x \quad \left[\pm \sqrt{ab} \right]$$

$$69 \quad \frac{a^2 + a + 1}{a^3 - 1} x^2 = \frac{a^2}{a - 1} \quad [\pm a]$$

$$70 \quad \frac{6a^2b - 9a^4}{b + x} = b - x \quad [\pm (b - 3a^2)]$$

$$71 \quad \frac{1 + a - x}{1 + a + x} + \frac{1 + a + x}{1 + a - x} = 2 + \frac{4}{(a + 1)^2 - x^2} \quad [\pm 1]$$

$$72 \quad \frac{x(x + 2a)}{a(a - x)} + 2 = \frac{3a}{a - x} + \frac{x + a}{a} \quad [-a]$$

$$73 \quad \frac{a - x}{a + x} + \frac{a + x}{a - x} = 2 + \frac{4a^2}{a^2 - x^2} \quad [\text{impossibile}]$$

$$74 \quad \frac{x + b}{x - b} + \frac{x - b}{x + b} - 2 + \frac{x^2}{b^2 - x^2} = 0 \quad [\pm 2b]$$

$$75 \quad \frac{x + a}{x - a} + \frac{x - a}{x + a} = 0 \quad [\pm ai]$$

$$76 \quad \frac{x + a}{x - a} - \frac{x - a}{x + a} = \frac{4ax + x^2 - a^2}{x^2 - a^2} \quad [\text{impossibile}]$$

$$77 \quad \frac{x}{x + 2b} + \frac{x}{x + 3b} = \frac{5bx - 1}{x^2 + 5bx + 6b^2} \quad \left[\pm \frac{\sqrt{2}}{2} i \right]$$

$$78 \quad \frac{x}{x - a + b} + \frac{x}{x + a - b} = \frac{2a^2 + 2b^2 - 4ab}{x^2 - (a - b)^2} \quad [\text{impossibile}]$$

$$79 \quad \frac{a}{x^2} + \frac{b}{x^2} + a + b = 0 \quad [\pm i]$$

$$80 \quad \frac{x + b}{x + 2b} + \frac{x - b}{x - 2b} = \frac{4b^2}{x^2 - 4b^2} \quad [\text{impossibile}]$$

Risolvere le seguenti equazioni di 2° grado a coefficienti numerici:

$$81 \quad x^2 - 8x + 7 = 0$$

[1, 7]

$$82 \quad x^2 - x - 2 = 0$$

[-1, 2]

$$83 \quad 4x^2 - 4x + 1 = 0$$

$$\left[\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right]$$

$$84 \quad x^2 + 2x + 2 = 0$$

$$[-1 - i, -1 + i]$$

$$85 \quad x^2 - 7x + 12 = 0$$

$$[3, 4]$$

$$86 \quad x^2 + 7x + 10 = 0$$

$$[-2, -5]$$

$$87 \quad 9x^2 + 6x + 1 = 0$$

$$\left[-\frac{1}{3}, -\frac{1}{3} \right]$$

$$88 \quad 9x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{3} \right]$$

$$89 \quad 3x^2 - x - 2 = 0$$

$$\left[-\frac{2}{3}, 1 \right]$$

$$90 \quad x^2 - 4x = 21$$

$$[-3, 7]$$

$$91 \quad 6x^2 + x - 1 = 0$$

$$\left[-\frac{1}{2}, \frac{1}{3} \right]$$

$$92 \quad 2x^2 - 2x + 1 = 0$$

$$\left[\frac{1+i}{2}, \frac{1-i}{2} \right]$$

$$93 \quad x^2 + 4 = 4x$$

$$[2, 2]$$

$$94 \quad 4x^2 + 1 + 4x = 0$$

$$\left[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2} \right]$$

$$95 \quad \frac{x^2}{2} - x - 4 = 0$$

$$[4, -2]$$

$$96 \quad x^2 + \frac{x-2}{3} = 0$$

$$\left[\frac{2}{3}, -1 \right]$$

$$97 \quad x^2 + \sqrt{3}x + 3 = 0$$

$$\left[-\frac{\sqrt{3}+3i}{2}, -\frac{\sqrt{3}+3i}{2} \right]$$

$$98 \quad x^2 + 2x + 5 = 0$$

$$[-1 + 2i, -1 - 2i]$$

$$99 \quad x^2 - 2\sqrt{2}x + 2 = 0$$

$$[\sqrt{2}, \sqrt{2}]$$

$$100 \quad 2x^2 + 2\sqrt{2}x + 1 = 0$$

$$\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}, -\frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

$$101 \quad 3x^2 - x + 1 = 0$$

$$\left[\frac{1+i\sqrt{11}}{6}, \frac{1-i\sqrt{11}}{6} \right]$$

$$102 \quad x^2 - 4x + 29 = 0$$

$$[2 - 5i, 2 + 5i]$$

- 103 $x^2 - 2x + 3 = 0$ [1 - i\sqrt{2}, 1 + i\sqrt{2}]
- 104 $(x + 1)^2 = 25$ [-6, 4]
- 105 $x(x - 2) = 15$ [5, -3]
- 106 $x(1 - x) = -6$ [3, -2]
- 107 $(x + 2)^2 = -9$ [-2 + 3i, -2 - 3i]
- 108 $x(1 - 2x) = \frac{1}{2}$ \left[\frac{1 + i\sqrt{3}}{4}, \frac{1 - i\sqrt{3}}{4}\right]
- 109 $(x - 3)^2 + (-x + 1)^2 = 10$ [0, 4]
- 110 $\frac{x - 1}{2} + \frac{x^2 + 1}{3} = 1 - \frac{1}{3}$ \left[1, -\frac{5}{2}\right]
- 111 $(x + 2)(x - 2) + (x - 1)^2 = 5$ \left[\frac{1 - \sqrt{17}}{2}, \frac{1 + \sqrt{17}}{2}\right]
- 112 $(2x - \sqrt{2})^2 = 2 + \sqrt{2}x$ \left[0, \frac{5\sqrt{2}}{4}\right]
- 113 $\frac{x^2 - 1}{2} + \frac{2x + 1}{3} + \frac{1}{6} + 1 = 0$ \left[\frac{-2 - i\sqrt{14}}{3}, \frac{-2 + i\sqrt{14}}{3}\right]
- 114 $(2 - x)^2 + 10 = 5x + \frac{16x - x^2 - 28}{6}$ [2, 8]
- 115 $\frac{(x - 1)^2}{2} - \frac{7x^2 + 5}{12} + \frac{(x - 2)(x + 2)}{3} = 0$ [-1, 5]
- 116 $4(x + 4)(x + 6) + 5(x + 2)(x + 6) = 12(x + 2)(x + 4)$ \left[-\frac{10}{3}, 6\right]
- 117 $x(x + 3) + x - 3 = 1 + 2x^2$ [2, 2]
- 118 $x^2 - 2\sqrt{5}x + 5 = 0$ [\sqrt{5}, \sqrt{5}]

$$119 \quad (3 + \sqrt{3})x^2 + 2\sqrt{3}x - (3 + 3\sqrt{3}) = 0 \quad [1, -\sqrt{3}]$$

$$120 \quad \frac{(x - \sqrt{2})^2}{1 - 2\sqrt{2}} = x + \frac{2x}{1 - 2\sqrt{2}} \quad [1, 2]$$

$$121 \quad \frac{5x^2 + 13x + 6}{4} - \frac{(2-x)(x+1)}{2} = \frac{x^2 - 1}{4} \quad \left[-\frac{3}{2}, -\frac{1}{3}\right]$$

$$122 \quad (x-2)^3 - (x+3)^3 - 2x + 33 = 0 \quad \left[-1, -\frac{2}{15}\right]$$

$$123 \quad 3x^2 - (3\sqrt{3} + 1)x + \sqrt{3} = 0 \quad \left[\frac{1}{3}, \sqrt{3}\right]$$

$$124 \quad x^2 - 2(1 + \sqrt{3})x + 4 + 2\sqrt{3} = 0 \quad [1 + \sqrt{3}, 1 + \sqrt{3}]$$

$$125 \quad \frac{\left(\frac{1}{2} - x\right)(x-1)}{\frac{1}{4} - 1} = \frac{\left(\frac{1}{2} - x\right)^2 - (x-1)}{2} - \frac{1}{4} \quad \left[\frac{1}{2}, \frac{7}{10}\right]$$

$$126 \quad (x + \sqrt{3})^2 - (x + 2)(2 - x) + 5 = x^2 \quad [-\sqrt{3} - i, -\sqrt{3} + i]$$

$$127 \quad (x + 1)^3 - (x - 1)^3 = 2 \quad [0, 0]$$

$$128 \quad \frac{x - \sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{x + \sqrt{3}}{3} = \frac{x^2 - 3 + \sqrt{3}}{3} \quad [0, \sqrt{3} + 1]$$

$$129 \quad (x + 1)^4 - (x - 1)^4 = 8x^3 + 8x + x^2 \quad [0, 0]$$

$$130 \quad (x - \sqrt{2})^3 - (x + \sqrt{2})^3 + 4\sqrt{2} = 0 \quad [0, 0]$$

Risolvere le seguenti equazioni fratte numeriche:

$$131 \quad \frac{x}{x-1} + x + 1 = 0 \quad \left[\frac{-1 - \sqrt{5}}{2}, \frac{-1 + \sqrt{5}}{2}\right]$$

$$132 \quad \frac{1}{x} + \frac{x-8}{x+6} = 0 \quad [1, 6]$$

$$133 \quad \frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-2} = 1$$

$$[3 - \sqrt{10}, 3 + \sqrt{10}]$$

$$134 \quad \frac{1}{x-1} + \frac{x-1}{x+1} = \frac{4}{3}$$

$$[-5, 2]$$

$$135 \quad \frac{1+x}{2+x} + \frac{2+x}{1+x} = \frac{5}{2}$$

$$[0, -3]$$

$$136 \quad \left(\frac{1+x}{1-x}\right)^2 - x = 1$$

$$[0, -1, 3]$$

$$137 \quad \frac{x-5}{x-1} + \frac{x-1}{x-5} + 2 = 0$$

$$[3, 3]$$

$$138 \quad \frac{5}{x+2} + \frac{3}{x-2} = 4$$

$$[-1, 3]$$

$$139 \quad \left(\frac{2-x}{x}\right)^2 = 8\left(\frac{2-x}{x}\right) - 15$$

$$\left[\frac{1}{3}, \frac{1}{2}\right]$$

$$140 \quad \frac{x^2}{x-1} - 2 = \frac{x^3+x}{x^2-1}$$

$$[-2]$$

$$141 \quad \frac{x-1}{x-2} + \frac{x^2+1}{x^2-4} = \frac{2x^3+2x^2}{x^3-4x}$$

$$[-1]$$

$$142 \quad \frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} + \frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}} = \frac{9}{4}$$

$$[\pm \sqrt{34}]$$

$$143 \quad \frac{\frac{1}{2}-x}{1-\frac{x}{2}} = \frac{1-\frac{x}{3}}{\frac{1}{3}-x}$$

$$[1, -1]$$

$$144 \quad \frac{x}{x+6} + \frac{2x}{x-6} = \frac{45}{x^2-36}$$

$$[-5, 3]$$

$$145 \quad \frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{x^2}{\sqrt{2}-x} - \frac{2\sqrt{2}}{2-x\sqrt{2}} = 0$$

$$\left[-\frac{\sqrt{2}}{2}\right]$$

$$146 \quad \frac{x}{x-\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{x-\sqrt{3}+2} = \frac{2\sqrt{3}}{(x-\sqrt{3})(x-\sqrt{3}+2)} \quad [-2 - \sqrt{3}]$$

$$147 \quad \frac{2x}{x + \frac{1}{4}} - \frac{\frac{1}{4} + 1}{x - \frac{1}{4}} = \frac{\frac{1}{2} - 1}{7 + \frac{1}{2}} \quad \left[1, -\frac{19}{124}\right]$$

$$148 \quad \frac{3x-4}{x-1} + \frac{x-2}{1-x} = \frac{x^2-2}{x^2-2x+1} \quad [2, 2]$$

$$149 \quad \frac{3x-5}{x-2} + \frac{x-3}{1-x} = \frac{x^2+17}{x^2-3x+2} \quad [6, -3]$$

$$150 \quad \frac{2x}{x+\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{3}}{x+2\sqrt{3}} = \frac{2}{3} \quad \left[-\frac{7}{4}\sqrt{3}, \sqrt{3}\right]$$

$$151 \quad \frac{3-2x}{x+1} + \frac{x-1}{3+2x} = \frac{1}{12} \quad \left[\frac{3}{2}, -\frac{31}{19}\right]$$

$$152 \quad \frac{1 + \frac{1}{2}}{1 - \frac{1}{x}} + \frac{1 - \frac{1}{2}}{1 + \frac{1}{x}} = \frac{1}{(x-1)(x+1)} \quad \left[\frac{1}{2}\right]$$

$$153 \quad \frac{\frac{1}{1+y} + \frac{1}{1-y}}{\frac{1}{1-y} - \frac{1}{1+y}} \cdot \frac{1+y^2}{y+2} = \frac{1}{1-y^2} \quad \left[0, -\frac{1}{2}\right]$$

$$154 \quad \frac{\frac{x+3}{3-x} + \frac{3-x}{x+3}}{1 + \frac{x-3}{3+x}} = 2 \quad [1-i\sqrt{2}, 1+i\sqrt{2}]$$

$$155 \quad \frac{\frac{1+x}{1-x} + \frac{1-x}{1+x}}{1 - \frac{1-x}{1+x}} = 0 \quad [-i, i]$$

$$156 \quad \frac{x^2-x}{x-1} = 1; \quad \frac{4x^2-1}{2x+1} + 2 = 0 \quad [\text{impossibili}]$$

$$157 \quad \frac{x}{x-1} + \frac{1}{x-2} = \frac{2x-3}{x^2-3x+2}$$

[impossibile]

$$158 \quad \left(4 + \frac{11x-16}{x^2-3x+2} - \frac{3x+5}{x-2}\right) : \frac{x-1}{2} + \frac{6}{x^2-2x+1} = 0$$

[3, -3]

$$159 \quad \left(\frac{6+x}{6-x} + \frac{6-x}{6+x}\right) : \left(1 - \frac{6-x}{6+x}\right) + \frac{1}{x} = \frac{11}{2}$$

$\left[2, \frac{42}{13}\right]$

Risolvere le seguenti equazioni letterali intere di 2° grado in x:

$$160 \quad x^2 - (a+b)x + ab = 0$$

[a, b]

$$161 \quad x^2 - (1+a)x + a = 0$$

[1, a]

$$162 \quad x^2 + ax - 2x = 2a$$

[2, -a]

$$163 \quad x(x-2a) + a^2 - 1 = 0$$

[a-1, a+1]

$$164 \quad x^2 - (2a+1)x + a^2 + a - 6 = 0$$

[a+3, a-2]

$$165 \quad x^2 + 2(ax-3) + x + a(a+1) = 0$$

[-a-3, -a+2]

$$166 \quad \frac{x^2 - (a+1)x}{a} + 1 = 0$$

[1, a]

$$167 \quad 2x^2 + ax - a^2 = 0$$

$\left[-a, \frac{a}{2}\right]$

$$168 \quad x^2 - (a+1)x + a(a+1-x) + 2$$

[a+2, a-1]

$$169 \quad ax^2 + 2ax + a - x = 0$$

$\left[\frac{1-2a-\sqrt{1-4a}}{2a}, \frac{1-2a+\sqrt{1-4a}}{2a}\right]$

$$170 \quad 1 - ax + abx^2 - bx = 0$$

$\left[\frac{1}{a}, \frac{1}{b}\right]$

$$171 \quad x^2 + 2(a+b)x + (a+b)^2 = 0$$

$$[-(a+b), -(a+b)]$$

$$172 \quad x^2 - 2ax + a^2 + 1 = 0$$

$$[a-i, a+i]$$

$$173 \quad x^2 + 2(a-b)x + a^2 + b^2 - 2ab = 0$$

$$[b-a, b-a]$$

$$174 \quad x^2 + 2bx + b^2 + 1 = 0$$

$$[-b-i, -b+i]$$

$$175 \quad \frac{x-a}{a} + \frac{x^2+a^2}{2a} = a$$

$$[-2-a, a]$$

$$176 \quad \frac{x^2}{a-1} + \frac{x}{a} = \frac{2-2a-4a^2}{1-a}$$

$$\left[2a, \frac{1-a-2a^2}{a}\right]$$

$$177 \quad x^2 - 2\sqrt{a}x + a = 1$$

$$[\sqrt{a}-1, \sqrt{a}+1]$$

$$178 \quad x^2 - x + \frac{ab}{(a+b)^2} = 0$$

$$\left[\frac{a}{a+b}, \frac{b}{a+b}\right]$$

$$179 \quad (a+b)x^2 - (a^2 + b^2 + 2ab + 1)x + a + b = 0$$

$$\left[\frac{1}{a+b}, a+b\right]$$

$$180 \quad x^2 - 2ax + a^2 - 3 = 0$$

$$[a-\sqrt{3}, a+\sqrt{3}]$$

$$181 \quad a^2x^2 - x^2 - 2a^2x + a^2 = 0$$

$$\left[\frac{a}{a-1}, \frac{a}{a+1}\right]$$

$$182 \quad 8x^2 - 2(4a+1)x + 6a - 3 = 0$$

$$\left[\frac{2a-1}{2}, \frac{3}{4}\right]$$

$$183 \quad \frac{(1-4b^2)x^2}{1-b^2} - 2x + \frac{1+2b^2}{1-b^2} = 0$$

$$\left[1, \frac{1+2b^2}{1-4b^2}\right]$$

$$184 \quad x^2 - \left(\frac{a}{2} + \frac{b}{3}\right)x + \frac{ab}{6} = 0$$

$$\left[\frac{a}{2}, \frac{b}{3}\right]$$

$$185 \quad a^2(x^2 - 2x) + a^2 - 9 = 0$$

$$\left[\frac{a-3}{a}, \frac{a+3}{a}\right]$$

$$186 \quad 3x^2 - 2\sqrt{2}x - 3a^2 + 4a\sqrt{2} - 2 = 0 \quad \left[-a + \sqrt{2}, \frac{3a - \sqrt{2}}{3} \right]$$

$$187 \quad 2bx^2 - (b^2 + 3b + 6)x + 2b^2 - 2b + 12 = 0 \quad \left[2, \frac{b^2 - b + 6}{2b} \right]$$

$$188 \quad \frac{(3x + a)(x + a)}{4a} = \frac{x^2 - a^2}{b} + 2a \quad \left[a, \frac{4a^2 - 7ab}{3b - 4a} \right]$$

$$189 \quad \frac{b + 2x}{b + 1} - \frac{x + 3}{b} = \frac{x(x + b) - 5}{b^2 + b} \quad [b - 2, 1 - b]$$

$$190 \quad \frac{(x - a - 1)(x - a + 1)}{a(1 - a)} + \frac{(x - 1)^2 - a^2}{a^2} - \frac{x + 1 - 3a}{1 - a} + 2 = 0 \quad [a + 1, 3a^2 - 3a + 1]$$

$$191 \quad \frac{(x - a)(1 - x + 3a)}{a^2 + a} + \frac{x^2 + a^2}{a^2} = \frac{3x}{a} \quad [2a, -a^2]$$

$$192 \quad (a + 1)x^2 = x + \frac{x(a + 1) - 1}{2a + 1} \quad \left[\frac{1}{a + 1}, \frac{1}{2a + 1} \right]$$

$$193 \quad \frac{x^2}{a} \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{a} \right) = \frac{2}{a + 2} (x - 1) \quad \left[\frac{2a}{a - 2}, \frac{2a}{a + 2} \right]$$

Risolvere e discutere le seguenti equazioni in x letterali fratte:

$$194 \quad \frac{x^2}{2x - a^2} = 1 \quad [1 - \sqrt{1 - a^2}, 1 + \sqrt{1 - a^2}]$$

$$195 \quad \frac{x^2}{2x - a} = a \quad [a, a]$$

$$196 \quad \frac{x - a}{x} = x - 2a + \frac{1}{2} \quad \left[2a, \frac{1}{2} \right]$$

$$197 \quad \frac{(2 + a)x^2}{x + 1} = \frac{a^2}{2} \quad \left[\frac{a}{2}, -\frac{a}{2 + a} \right]$$

$$198 \quad \frac{x - a}{x + a} = \frac{x + a}{x - a} - \frac{2x^2 + 2a^2}{x^2 - a^2} \quad [\text{impossibile}]$$

$$199 \quad \frac{x-a}{x+a} = \frac{x+a}{x-a} + 1$$

$$[-a(2+\sqrt{5}), -a(2-\sqrt{5})]$$

$$200 \quad 2x+a = \frac{2-a-2x}{2x+a}$$

$$\left[-\frac{2+a}{2}, \frac{1-a}{2}\right]$$

$$201 \quad 3x+a = \frac{a^3}{x} + 3a^2$$

$$\left[a^2, -\frac{a}{3}\right]$$

$$202 \quad \frac{2ab}{x+2b-a} = x$$

$$[-2b, a]$$

$$203 \quad 2x+a + \frac{2x+a}{x} = 0$$

$$\left[-1, -\frac{a}{2}\right]$$

$$204 \quad x + \frac{2bx-2ab}{x-a} = 0$$

$$[-2b]$$

$$205 \quad 4x-a = \frac{a^2-b^2}{x-a} + 5b$$

$$\left[b, \frac{5a+b}{4}\right]$$

$$206 \quad \frac{(x+a)^2}{x-a} - \frac{9(x+a)}{4} = 2a-x$$

$$[-7a, 3a]$$

$$207 \quad \frac{2x-a}{x-b} + \frac{x+b}{b} = \frac{2b-a}{x-b}$$

$$[-3b]$$

$$208 \quad \frac{a(x-1)}{x+1} - 2x+a = \frac{x-a-1}{x+1} + 4$$

$$\left[-\frac{1}{2}, a-3\right]$$

$$209 \quad 2a-x = \frac{(x+a)^2 + 3a^2}{x+2a}$$

$$[0, -a]$$

$$210 \quad \frac{x-a}{x-b} + \frac{x-b}{x-a} = \frac{(a-b)^2}{(x-a)(x-b)}$$

$$[\text{impossibile}]$$

$$211 \quad \frac{5}{3} = \frac{2(a-x)}{a-2x} - 1 + \frac{x}{a}$$

$$\left[2a, \frac{a}{6}\right]$$

$$212 \quad \frac{a^2}{x^2+ax} + \frac{x}{x+a} = \frac{a}{x}$$

$$[a]$$

$$213 \quad \frac{(a^2 - 1)x^2}{2x + 1} + a^2 = 0$$

$$\left[-\frac{a}{a+1}, \frac{a}{1-a} \right]$$

$$214 \quad 2x + \sqrt{a} + \frac{x^2}{x - \sqrt{a}} = \frac{9x}{2}$$

$$\left[2\sqrt{a}, \frac{\sqrt{a}}{3} \right]$$

$$215 \quad \frac{x}{\sqrt{a}} + \frac{1}{x\sqrt{a} + a + 1} = 0$$

$$\left[-\sqrt{a}, -\frac{\sqrt{a}}{a} \right]$$

$$216 \quad x + \frac{\sqrt{a}(x\sqrt{b} - b)}{x - \sqrt{b}} = 0$$

$$[-\sqrt{ab}]$$

$$217 \quad \frac{x - a + b}{x + a - b} + \frac{x + a - b}{x - a + b} = 0$$

$$[\pm i(a - b)]$$

$$218 \quad \frac{x + a}{2x - a} + \frac{3x}{2x + a} = 3$$

$$[-a, a]$$

$$219 \quad x - a = \frac{x^2 - a^2}{(4x + a) - (x - a)}$$

$$\left[-\frac{a}{2}, a \right]$$

$$220 \quad \frac{\frac{ax}{1-x} - \frac{a(2x^2 + a)}{2 - 2x^2}}{a - 2x} = \frac{b}{2x^2 - 4x + 2}$$

$$\left[\frac{a+b}{a-b} \right]$$

$$221 \quad \frac{x - a}{(x - a) - \frac{(x - b)^2}{x - a}} = \frac{(a + b)(x - a)}{4ab(2x - a - b)}$$

$$\left[\frac{b^2 - a^2 + 4a^2b}{4ab} \right]$$

$$222 \quad \frac{a}{1 - \frac{1}{x}} + \frac{b}{1 + \frac{1}{x}} + a - \frac{b}{3} = 0$$

$$\left[\frac{1}{2}, \frac{b - 3a}{b + 3a} \right]$$

$$223 \quad \frac{x - 1}{a - 1} + \frac{x + 2}{(x - 1)(a + 2)} = \frac{a(x + 2)}{a^2 + a - 2}$$

$$\left[a, \frac{5}{2} \right]$$

$$224 \quad \frac{(x - a)^2 + (x - b)^2}{(x - a)(x - b)} = \frac{x^2 - 2ab}{x(x - a - b) + ab}$$

$$[a + b, a + b]$$

$$225 \quad \frac{(a - 1)^2}{x + 2(a - 1)} + x = 0$$

$$[-a + 1, -a + 1]$$

- 226 $\frac{a+1}{x} = 2\sqrt{a} - x$ [$\sqrt{a} - i, \sqrt{a} + i$]
- 227 $\frac{a^2-3}{x^2+x} + \frac{a+2}{x+1} + \frac{x+1}{x} = 1 + \frac{x+2a}{x+1} - \frac{a}{x}$ [$a+2; -a+1$]
- 228 $a^2 - ab + (a-b)x = \frac{(a+b)(x^2 - a^2) + a(a-b)(x+a)}{x-b}$ [$-a, \frac{a+b}{2}$]
- 229 $\frac{x}{x-a} + \frac{x}{x-2a} = \frac{x^2 - 2a^2}{x^2 - 3ax + 2a^2}$ [impossibile]
- 230 $\frac{2x^2 + 3ax + a^2}{x+a} = x$ [impossibile]
- 231 $\frac{9a^2 - 3ax}{x^2 - 6ax + 9a^2} + \frac{a}{x-3a} = 1$ [a]
- 232 $\frac{x+a}{x} + \frac{x}{x-a} = \frac{a^2}{x^2 - ax}$ [$-a$]
- 233 $\frac{x}{x+3a} + \frac{1}{x} = \frac{3a}{x^2 + 3ax}$ [-1]
- 234 $\frac{x+a+1}{x-a} + \frac{x+2a}{x-3a} + 1 = \frac{1}{x-a}$ [$2a, -\frac{a}{3}$]
- 235 $\frac{a+x}{x+1}(x-2) = \frac{x^2}{x-a} - \frac{ax-2(x+a)}{a-x}$ [$-a, 2$]
- 236 $\frac{x^2+a^2}{x(x+a)-2a^2} + 9\left(1 + \frac{a}{x+2a}\right) = \frac{23x-21a}{2(x-a)}$ [$2a, \frac{5a}{3}$]
- 237 $a\left(\frac{1}{x+a} - \frac{1}{x-3a}\right) + \frac{2x^2}{x^2 - 2ax - 3a^2} = 0$ [$\pm a\sqrt{2}$]
- 238 $\frac{x+a-3}{x-a+3} + \frac{x-a+3}{x+a-3} = \frac{2a^2+18-4a}{x^2-a^2-9+6a}$ [$\pm 2\sqrt{a}$]
- 239 $\left(\frac{a+x}{a-x} + \frac{a-x}{a+x}\right) : \left(1 - \frac{a-x}{a+x}\right) + \frac{13}{10} = 0$ [$5a, -\frac{2}{3}a$]

Risolvere le seguenti equazioni nelle quali compaiono dei valori assoluti:

240 $|x^2 - 5x| = 6$ [6, -1, 3, 2]

241 $|2x^2 - 3x| = 1$ $\left[1, \frac{1}{2}, \frac{3 + \sqrt{17}}{4}, \frac{3 - \sqrt{17}}{4}\right]$

242 $|x^2 - 3x + 1| = 1$ [0, 3, 2, 1]

243 $|3x^2 - 4| = 2$ $\left[\sqrt{2}, -\sqrt{2}, \frac{\sqrt{6}}{3}, -\frac{\sqrt{6}}{3}\right]$

244 $|6 - x^2| = 6$ [0, 0, $\sqrt{12}$, $-\sqrt{12}$]

245 $|5 - x^2| = 1$ [2, -2, $\sqrt{6}$, $-\sqrt{6}$]

246 $\left|\frac{x^2 - 3x + 2}{x}\right| = 6$ $\left[-1, -2, \frac{9 + \sqrt{73}}{2}, \frac{9 - \sqrt{73}}{2}\right]$

247 $\left|\frac{x^2 - 2}{x}\right| = 1$ [2, -1, 1, -2]

248 $\left|\frac{x^2 + 1}{x - 2}\right| = 10$ [7, 3, $-5 + \sqrt{44}$, $-5 - \sqrt{44}$]

249 $\left|\frac{1}{x^2 - 15}\right| = 1$ [4, -4, $\sqrt{14}$, $-\sqrt{14}$]

Risolvere i seguenti problemi numerici facendo uso di equazioni di 2° grado:

250 Trovare due numeri la cui differenza è 3 ed il cui prodotto è 378. [18 e 21; -21 e -18]

251 Trovare due numeri consecutivi il cui prodotto sia 812. [28 e 29; -29 e -28]

252 La somma dei quadrati di due numeri positivi, dei quali uno è doppio dell'altro, è 3645. Trovare i due numeri. [27 e 54]

253 Trovare un numero i cui $\frac{10}{3}$ siano uguali ai $\frac{5}{36}$ del suo quadrato. [0; 24]

- 254** In un numero di due cifre la cifra delle unità supera di 1 la cifra delle decine; il triplo del prodotto delle due cifre supera di 2 il numero stesso. Trovare il numero. [34]
- 255** In un numero di due cifre la cifra delle decine è il doppio di quella delle unità; trovare il numero sapendo che la somma dei quadrati delle due cifre è 45. [63]
- 256** Moltiplicando una frazione equivalente ad $\frac{1}{2}$ per la frazione che si ottiene aggiungendo 1 sia al suo numeratore che al suo denominatore si ottiene la frazione $\frac{3}{11}$. Trovare quella frazione equivalente ad $\frac{1}{2}$. $\left[\frac{5}{10} \right]$
- 257** Dividere il numero 520 in due parti in modo che il loro prodotto sia 48.000. [120 e 400]
- 258** Il reciproco di un numero positivo supera di $\frac{21}{10}$ il numero stesso. Trovare il numero. $\left[\frac{2}{5} \right]$
- 259** Sommando un numero con il proprio reciproco si ottiene $\frac{41}{20}$. Trovare quel numero. $\left[\frac{5}{4}, \frac{4}{5} \right]$
- 260** In una proporzione continua il prodotto degli estremi è 256 mentre la loro somma è 40. Trovare la proporzione. [8 : 16 = 16 : 32]
- 261** In una proporzione a termini positivi i medi sono 12 e 16 e la differenza degli estremi è 44. Trovare gli estremi. [4 e 48]
- 262** La differenza tra due numeri è 8 mentre la somma dei loro quadrati è 1714. Trovare due numeri. [33 e 25; -25 e -33]
- 263** In una frazione a termini positivi il numeratore supera di 2 il denominatore; sapendo che la somma dei quadrati del numeratore e del denominatore è 202 trovare la frazione. $\left[\frac{11}{9} \right]$
- 264** La somma dei reciproci di due numeri interi consecutivi è $\frac{11}{30}$; trovare i due numeri. [5 e 6]
- 265** La somma dei quadrati di tre numeri positivi interi consecutivi è 434; trovare i tre numeri. [11, 12, 13]
- 266** In un numero di tre cifre la cifra delle centinaia, quella delle decine e quella delle unità sono numeri consecutivi. Trovare il numero sapendo che il quadrato della cifra delle decine supera di 12 la differenza tra il quadrato della cifra delle unità e quello della cifra delle centinaia. [567]

- 267** Trovare due numeri positivi pari consecutivi tali che la somma dei loro quadrati sia 580. [16 e 18]
- 268** In una frazione a termini positivi il numeratore supera di 2 il denominatore; aggiungendo 3 sia al numeratore che al denominatore la frazione diminuisce di $\frac{3}{20}$. Trovare la frazione. $\left[\frac{7}{5} \right]$
- 269** Una frazione a termini positivi ha il denominatore che è inferiore di 1 rispetto al doppio del numeratore; aggiungendo alla frazione la sua reciproca si ottiene $\frac{218}{91}$. Trovare la frazione. $\left[\frac{7}{13} \right]$
- 270** In un numero di due cifre la cifra delle unità supera di 1 quella delle decine. Moltiplicando il numero per quello che si ottiene scambiando tra loro le due cifre si ottiene 736. Trovare il numero. [23]
- 271** Trovare il numero che aggiunto al proprio quadrato dà nove volte il numero stesso. [0; 8]
- 272** Per qual numero relativo si deve dividere 126 affinché la differenza tra il quoziente ed il divisore sia 15? [- 21; 6]
- 273** Trovare due numeri interi positivi consecutivi, la somma dei cui quadrati sia 1513. [27 e 28]
- 274** Trovare due numeri interi positivi pari consecutivi tali che la somma dei loro quadrati sia 340. [12 e 4]
- 275** La somma dei quadrati di tre numeri positivi proporzionali ai numeri 3, 4, 7 è 1850. Determinare i tre numeri. [15, 20, 35]
- 276** Il quadrato di un numero intero positivo sommato al quadrato dei $\frac{3}{4}$ del successivo del numero stesso dà 202. Trovare il numero. [11]
- 277** Il prodotto di due numeri interi pari positivi consecutivi è 624. Determinare i due numeri. [24, 26]
- 278** Sono dati due numeri positivi il secondo dei quali supera di una unità il doppio del primo. Trovare i due numeri sapendo che la differenza tra il quadrato del secondo ed il quadrato del primo è 560. [13, 27]
- 279** In un numero di due cifre la cifra delle decine supera di 4 quella delle unità. Determinare il numero sapendo che esso supera di 15 la somma dei quadrati delle sue cifre. [73]

- 280 Trovare tre numeri interi positivi consecutivi tali che il quadrato del maggiore sia uguale ai $\frac{20}{29}$ della somma dei quadrati degli altri due. [8, 9, 10]
- 281 In una frazione il numeratore supera di 1 il triplo del denominatore. Sapendo che la somma della frazione con la sua reciproca è $\frac{281}{80}$ determinare la frazione. $\left[\frac{16}{5} \right]$
- 282 Trovare due numeri razionali la cui differenza sia 20 ed il cui prodotto sia 18. [?]
- 283 In un numero di due cifre il prodotto delle cifre è 18 e la cifra delle decine supera di 6 la cifra delle unità. Trovare il numero. [?]

Risolvere i seguenti problemi geometrici facendo uso di equazioni di 2° grado:

PROBLEMI DI GEOMETRIA PIANA

- 284 In un rettangolo la misura della base supera di 5 dm la misura dell'altezza. Trovare queste misure sapendo che l'area della superficie del rettangolo è di dm^2 104. [13 dm, 8 dm]
- 285 La differenza tra le misure dei cateti di un triangolo rettangolo è di 8 dm. Sapendo che l'area della superficie del triangolo è di 80 dm^2 trovare le misure dei cateti. $[4(\sqrt{11} - 1) \text{ dm}, 4(\sqrt{11} + 1) \text{ dm}]$
- 286 In un triangolo rettangolo l'ipotenusa supera di 2 cm il cateto maggiore il quale, a sua volta, supera di 7 cm il cateto minore. Trovare le misure dei lati del triangolo. [8 cm, 15 cm, 17 cm]
- 287 In un triangolo rettangolo il cateto maggiore supera di 7 cm il cateto minore ed è di 7 cm inferiore all'ipotenusa. Trovare le misure dei lati del triangolo. [21 cm, 28 cm, 35 cm]
- 288 L'area della superficie di un rombo è di 84 cm^2 . Sapendo che una diagonale supera l'altra di 2 cm trovare le misure delle diagonali e del lato. Trovare inoltre il raggio del cerchio inscritto nel rombo. $\left[12 \text{ cm}, 14 \text{ cm}, \sqrt{85} \text{ cm}, \frac{42\sqrt{85}}{85} \text{ cm} \right]$
- 289 In un rettangolo la base supera di 2 dm il doppio dell'altezza; trovare le misure della base e dell'altezza sapendo che l'area della superficie del rettangolo è di 144 dm^2 . [18 dm, 8 dm]
- 290 In un rettangolo la base supera di 14 cm l'altezza ed è di 4 cm inferiore alla diagonale. Trovare il perimetro del rettangolo. [92 cm]

- 291 In un trapezio isoscele la base maggiore è uguale al doppio della base minore diminuito di 2 dm e l'altezza è $i \frac{4}{7}$ della base minore; trovare il perimetro sapendo che l'area della superficie è di 160 dm^2 . [60 dm]
- 292 In un trapezio rettangolo la base maggiore è $gli \frac{8}{5}$ della minore e l'altezza supera quest'ultima di 2 cm. Sapendo che l'area della superficie è di 156 cm^2 trovare le misure delle basi. [10 cm, 16 cm]
- 293 In un trapezio isoscele la base minore è uguale all'altezza e la base maggiore supera di 8 cm il quintuplo della base minore; sapendo che l'area della superficie è di 340 cm^2 trovare le misure delle basi. [10 cm, 58 cm]
- 294 Un rettangolo ha la base che supera di 2 cm il triplo dell'altezza; sapendo che è equivalente ad un quadrato di lato $4\sqrt{13} \text{ cm}$ trovarne il perimetro. [68 cm]
- 295 L'ipotenusa di un triangolo rettangolo misura $10a$; sapendo che il cateto maggiore supera di $2a$ il minore trovare il perimetro del triangolo. [24a]
- 296 In un triangolo isoscele il lato misura $34a$ e la base supera di $2a$ l'altezza. Trovare il perimetro del triangolo. [100a]
- 297 In un trapezio rettangolo l'angolo acuto è di 45° ; sapendo che l'altezza supera di $4a$ la base minore e che l'area della superficie è $238a^2$, trovare le misure delle basi. [10a, 24a]
- 298 In una circonferenza di raggio $5a$ una corda supera di $2a$ il doppio della sua distanza dal centro. Trovare la misura della corda. [8a]
- 299 Dato un segmento AB di lunghezza 16 cm trovare su di esso un punto C in modo che il segmento AC sia medio proporzionale tra il segmento dato e la parte rimanente CB .
[$AC = 8(\sqrt{5} - 1) \text{ cm}$]
- 300 In un triangolo rettangolo la mediana relativa all'ipotenusa misura $5a$. Trovare le misure dei cateti sapendo che la loro somma è $14a$. [6a, 8a]
- 301 In un triangolo rettangolo la mediana relativa al cateto minore misura $2\sqrt{73} \text{ cm}$ e il cateto minore è inferiore di 4 cm rispetto al cateto maggiore. Trovare la misura dell'ipotenusa. [20 cm]
- 302 In un triangolo rettangolo l'ipotenusa misura $10a$ e la somma dei cateti è $15a$. Trovare la misura dei cateti. [?]
- 303 In un triangolo rettangolo un cateto è $i \frac{15}{8}$ dell'altro e l'ipotenusa è $i \frac{17}{23}$ della somma dei cateti. Trovare le misure dei lati del triangolo. [?]

- 304** In un triangolo rettangolo l'ipotenusa supera di 2 dm il cateto maggiore mentre il cateto minore è uguale alla quarta parte della somma dell'ipotenusa e del cateto maggiore. Trovare le misure dei tre lati. [8 dm, 15 dm, 17 dm]
- 305** In un rettangolo avente un lato che supera l'altro di 8 cm, la somma dei quadrati delle misure dei lati è di 40 cm^2 . Trovare l'area della superficie del rettangolo. [?]
- 306** In un rombo, il cui perimetro misura 48 dm, la somma delle diagonali è di 20 dm; trovare l'area della superficie del rombo. [?]
- 307** Le dimensioni di un rettangolo sono di 16 cm e 20 cm; aumentandole entrambe di un medesimo numero di centimetri l'area aumenta di 76 cm^2 . Determinare il perimetro del nuovo rettangolo. [80 cm]
- 308** Il lato del quadrato $ABCD$ è di 18 cm. Determinare sul lato DC un punto P tale che risulti uguale a 828 cm^2 la somma dei quadrati delle sue distanze da A e da B .
[le parti in cui resta diviso il lato DC sono di 6 cm e 12 cm]
- 309** In un quadrato di lato 50 dm inscrivere un altro quadrato di area 1348 dm^2 .
[le parti in cui resta diviso il lato del quadrato dato da un vertice del secondo sono di 18 dm e 32 dm]
- 310** In un triangolo rettangolo, l'area della cui superficie è $540a^2$, un cateto supera l'altro di $21a$. Determinare la misura dell'ipotenusa. [51a]
- 311** Il perimetro di un quadrato è di 48 cm. Determinare le dimensioni di un rettangolo di perimetro uguale a quello del quadrato e di area uguale agli $\frac{8}{9}$ di quella del quadrato. [8 cm, 16 cm]
- 312** Su una semicirconferenza di diametro $\overline{AB} = 24 \text{ cm}$ determinare un punto P tale che, detta H la sua proiezione ortogonale sul diametro, si abbia:
$$\overline{PH}^2 + \overline{HA}^2 + \overline{HB}^2 = 448$$

[H divide il diametro in due parti di 8 cm e 16 cm]
- 313** In un triangolo isoscele la base supera il lato di 8 cm mentre il doppio dell'altezza supera la base di 16 cm. Determinare il perimetro del triangolo. [128 cm]
- 314** Un rettangolo è equivalente ad un quadrato di lato 40 cm. Sapendo che la differenza tra la metà dell'altezza ed $\frac{1}{5}$ della base è di 6 cm determinare il perimetro del rettangolo. [164 cm]
- 315** In un triangolo rettangolo la differenza tra il doppio del cateto minore ed il maggiore è di $4a$. Determinare le misure dei cateti sapendo che l'ipotenusa misura $68a$. [32a, 60a]
- 316** In un triangolo isoscele, l'area della cui superficie è di 1512 cm^2 , la somma della base con l'altezza ad essa relativa è di 114 cm. Determinare il perimetro del triangolo.
[192 cm oppure $12(6 + \sqrt{85}) \text{ cm}$]

- 317 Dato un quadrato $ABCD$ di lato l determinare sul prolungamento di AB (dalla parte di B) un punto E in modo che la somma dei quadrati delle sue distanze dai quattro vertici del quadrato sia $124 l^2$. $[\overline{BE} = 5 l]$
- 318 In un triangolo rettangolo la proiezione sull'ipotenusa del cateto maggiore supera il doppio della proiezione del minore di 2 cm mentre l'altezza relativa all'ipotenusa supera di 2 cm la differenza tra le due dette proiezioni. Trovare l'area della superficie del triangolo ed il lato del quadrato ad esso equivalente. $[156 \text{ cm}^2, 2\sqrt{39} \text{ cm}]$
- 319 In un trapezio isoscele la differenza tra la base maggiore AB e la base minore DC è di 43,2 cm; la diagonale AC è perpendicolare al lato BC e misura 48 cm. Trovare le misure di AB e del perimetro. $[60 \text{ cm}, 148,8 \text{ cm}]$
- 320 Da un punto P , distante $51a$ dal centro O di una circonferenza, si conduce la tangente PT alla circonferenza stessa (T è il punto di contatto). Sapendo che il doppio del raggio della circonferenza supera di $3a$ il segmento di tangente PT , trovare il perimetro del triangolo POT . $[120a]$
- 321 Il perimetro di un trapezio $ABCD$, rettangolo in A e in D , è 180 dm, la sua base minore DC è uguale all'altezza e la differenza delle basi è di 40 dm. Determinare le misure delle basi e la distanza del vertice A dal lato obliquo BC . Trovare poi sul lato AB un punto P in modo che l'area del triangolo APD risulti doppia di quella del quadrilatero $PBCD$. $[30 \text{ dm}, 70 \text{ dm}, 42 \text{ dm}; \overline{AP} = 66,6 \text{ dm}]$

PROBLEMI DI GEOMETRIA SOLIDA

- 322 Un prisma retto a base quadrata ha l'altezza che supera di 8 cm lo spigolo di base; sapendo che l'area della superficie totale è 408 cm^2 , trovare il volume del solido. $[504 \text{ cm}^3]$
- 323 Un rettangolo ha un lato che supera l'altro di 4 cm; sapendo che l'area della superficie totale del solido ottenuto facendo ruotare il rettangolo di un giro completo attorno al lato maggiore è $320\pi \text{ cm}^2$, trovare i lati del rettangolo. $[8 \text{ cm}, 12 \text{ cm}]$
- 324 Una piramide regolare a base quadrangolare ha il lato di base che supera di 3 cm l'apotema; sapendo che l'area della superficie laterale è 80 cm^2 trovare il volume della piramide. $[64 \text{ cm}^3]$
- 325 Un parallelepipedo rettangolo ha gli spigoli di base che differiscono di 2 cm e l'altezza che è uguale alla somma dei due detti spigoli; sapendo che l'area della sua superficie totale è 248 cm^2 trovare la misura della diagonale del prisma. $[2\sqrt{38} \text{ cm}]$
- 326 La superficie laterale di un cono circolare retto, il cui apotema supera di $\frac{a}{3}$ il raggio di base, è equivalente ad un cerchio di raggio a ; trovare il raggio di base del cono. $\left[a \frac{\sqrt{37} - 1}{6} \right]$

- 327** In un triangolo rettangolo l'ipotenusa supera di $2a$ il cateto maggiore; sapendo che l'area della superficie laterale del cono ottenuto facendo ruotare il triangolo di un giro completo attorno al cateto minore è $255\pi a^2$, trovare il volume del detto solido. [$600\pi a^3$]
- 328** Le misure delle tre dimensioni di un parallelepipedo rettangolo sono rappresentate, in centimetri, da tre numeri interi consecutivi, mentre la diagonale del parallelepipedo misura $\sqrt{110}$ cm; trovare il volume del parallelepipedo [210 cm^3]
- 329** Le misure dei tre spigoli di un parallelepipedo rettangolo sono rappresentate, in dm, da tre numeri pari consecutivi mentre la diagonale del parallelepipedo misura $2\sqrt{29}$ dm; trovare l'area della superficie totale del parallelepipedo. [208 dm^2]
- 330** Una piramide regolare a base triangolare ha l'apotema che supera di a i $\frac{3}{2}$ dell'altezza; sapendo che il perimetro di base è $18a$ trovare l'altezza della piramide. [$a \frac{2\sqrt{19}-6}{5}$]
- 331** Un trapezio rettangolo la cui base minore è uguale al doppio del lato obliquo e la cui base maggiore supera di $3a$ la minore, viene fatto ruotare di un giro completo attorno al lato perpendicolare alle basi, generando così un tronco di cono l'area della cui superficie laterale è $115\pi a^2$. Trovare il volume del detto tronco di cono. [$532\pi a^3$]
- 332** In un parallelepipedo rettangolo a base quadrata l'altezza è uguale al doppio dello spigolo di base mentre la diagonale è uguale al triplo di detto spigolo di base. Trovare il volume del parallelepipedo. [?]
- 333** Delle tre dimensioni di un parallelepipedo rettangolo la seconda supera la prima di 3 cm mentre la terza supera la seconda di 5 cm. Sapendo che l'area della superficie totale del parallelepipedo è di 1440 cm^2 determinare il volume. [$3,6 \text{ dm}^3$]
- 334** In un parallelepipedo rettangolo a base quadrata l'altezza supera di $8a$ lo spigolo di base e la diagonale misura $8a\sqrt{34}$. Trovare l'area della superficie totale del parallelepipedo. [$4224a^2$]
- 335** In un cono circolare retto l'apotema supera di 22 cm il diametro della base. Sapendo che l'area della superficie totale del cono è di $896\pi \text{ cm}^2$ calcolare il volume. [$3136\pi \text{ cm}^3$]
- 336** Un cilindro ed un cono circolari retti hanno la stessa altezza mentre il rapporto tra i loro volumi è $\frac{100}{27}$. Determinare le misure dei loro raggi di base sapendo che quello del cilindro supera di 1 dm quello del cono. [10 dm, 9 dm]
- 337** In una piramide quadrangolare regolare il doppio dello spigolo della base supera l'apotema di $9a$. Sapendo che l'area della superficie totale della piramide è di $8064a^2$ determinare l'altezza della piramide stessa. [$72a$]