ESERCIZI

Disegnare nel piano cartesiano le rette aventi le seguenti equazioni e determinare per ciascuna di esse il valore del coefficiente angolare:

1. $y = 2x$; $y = \frac{1}{2}x$; $y = x$; $y = -3x$; $x + 2y = 0$

2. $2x - 3y = 0$; $2x - \sqrt{2}\,y = 0$; $\sqrt{3}\,x + y = 0$; $\sqrt{2}x - 2y = 0$

3. $y = 2x + 1$; $y = -3x + 2$; $y = -x + 4$; $y = -\frac{1}{2}x - 3$

4. $2x + y - 1 = 0$; $x - 3y + 2 = 0$; $3x + 2y + 1 = 0$; $2y - x - 2 = 0$

5. $x = 2$; $y = -3$; $2x - 3 = 0$; $3y + 6 = 0$

6. $x = 0$; $2x = 0$; $y = 0$; $-3y = 0$; $-x = 2$

Verificare che le rette aventi le seguenti equazioni passano per il punto P le cui coordinate sono indicate accanto all'equazione stessa:

7. $x + 2y = 0$; $P\left(1; -\frac{1}{2}\right)$

8. $2x - y = 0$; $P(2; 4)$

9. $y = 2x + 2$; $P(0; 2)$

10. $y = 3x + 1$; $P(-1; -2)$

11. $2x - 3y + 4 = 0$; $P(1; 2)$

12. $x + 4y - 2 = 0$; $P\left(-1; \frac{3}{4}\right)$

13. $3x - 5y + 2 = 0$; $P\left(2; \frac{8}{5}\right)$

14. $2x - y = 0$; $P(0; 0)$

15. $2x - 4 = 0$; $P(2; -7)$

16. $y + 3 = 0$; $P(0; -3)$

17. $2x = 0$; $P(0; 5)$

18. $3y = 0$; $P(1; 0)$

Verificare che le rette aventi le seguenti equazioni non passano per il punto P le cui coordinate sono indicate accanto all'equazione stessa:

19. $y = 2x$; $P(1; 1)$

20. $y = -x$; $P(1; -2)$

21. $2x + y = 0$; $P(-1; 1)$

22. $2x - y + 4 = 0$; $P(1; 5)$

23. $x + 2y - 3 = 0$; $P\left(\frac{1}{2}; \frac{3}{2}\right)$

24. $2x + 1 = 0$; $P\left(\frac{1}{2}; 0\right)$

25. $3y - 4 = 0$; $P(1; 1)$

26. $3x = 0$; $P(1; 0)$

Determinare l'equazione della retta soddisfacente alle seguenti condizioni:

27. Passante per l'origine degli assi cartesiani e avente coefficiente angolare uguale a 5.

28. Passante per l'origine degli assi cartesiani e formante con il semiasse positivo delle x un angolo di 45°.

29. Passante per l'origine degli assi cartesiani e per il punto $P(4; 2)$. $\left[y = \frac{1}{2}x\right]$

30. Passante per l'origine degli assi cartesiani e formante con il semiasse positivo delle x un angolo di 135°.

31. Passante per l'origine degli assi cartesiani e formante con il semiasse positivo delle x un angolo di 30°. $[\sqrt{3}x - 3y = 0]$

32. Passante per l'origine degli assi cartesiani e per il punto $P(-2; 1)$. $[x + 2y = 0]$

33. Passante per l'origine degli assi cartesiani e per il punto $P(-3; -5)$. $[5x - 3y = 0]$

34. Bisettrice del 1° e 3° quadrante.

35. Bisettrice del 2° e 4° quadrante.

36. Passante per il punto $P(3; 4)$ e parallela all'asse delle ascisse. $[y - 4 = 0]$

37. Passante per il punto $P(2; -5)$ e parallela all'asse delle ordinate. $[x - 2 = 0]$

38. Passante per il punto $P(-4; -1)$ e parallela all'asse delle x.

39. Passante per il punto $P(-3; 2)$ e parallela all'asse delle y.

40. Passante per il punto $P(1; 2)$ e avente coefficiente angolare uguale a 3. $[3x - y - 1 = 0]$

41. Passante per il punto $P(-2; 1)$ e avente coefficiente angolare uguale a 1. $[x - y + 3 = 0]$

42. Passante per il punto $P(4; 1)$ e avente coefficiente angolare uguale a -2. $[2x + y - 9 = 0]$

43. Passante per il punto $P(-1; 1)$ e avente coefficiente angolare uguale a -3.

44. Passante per il punto $P\left(-3; \frac{1}{2}\right)$ e avente coefficiente angolare uguale a $\frac{2}{3}$.

45. Passante per il punto $P(4; 2)$ e parallela alla retta $y = 2x + 1$. $[y = 2x - 6]$

46. Passante per il punto $P(-1; 5)$ e parallela alla retta $y = -x + 2$. $[x + y - 4 = 0]$

47. Passante per il punto $P\left(-\frac{1}{2}; 2\right)$ e parallela alla retta $x + 2y = 0$. $[2x + 4y - 7 = 0]$

48. Passante per il punto $P(2; 0)$ e parallela alla retta $2x - 3y + 1 = 0$. $[2x - 3y - 4 = 0]$

49. Passante per il punto $P(0; -1)$ e parallela alla retta $3x + y - 4 = 0$. $[3x + y + 1 = 0]$

50. Passante per l'origine degli assi cartesiani e parallela alla retta $x + 3y + 2 = 0$.

51. Passante per il punto $P(-1; 4)$ e parallela alla retta $3y + 2 = 0$.

52. Passante per il punto $P(-2; 4)$ e parallela alla retta $3x + 1 = 0$.

53. Passante per l'origine degli assi e parallela alla retta $x = 5$.

54. Passante per l'origine degli assi cartesiani e parallela alla retta $2y = 3$.

55. Passante per il punto $P(3; 1)$ e perpendicolare alla retta $y = x$. $[y + x - 4 = 0]$

56. Passante per il punto $P(-1; 4)$ e perpendicolare alla retta $y = -2x + 1$. $[x - 2y + 9 = 0]$

57. Passante per il punto $P(0; 2)$ e perpendicolare alla retta $y = \frac{2}{3}x - 1$.

58. Passante per il punto $P(1; 0)$ e perpendicolare alla retta $x + 2y = 0$. $[2x - y - 2 = 0]$

59. Passante per il punto $P(2; -2)$ e perpendicolare alla retta $2x - 3y + 4 = 0$.

60. Passante per l'origine degli assi cartesiani e perpendicolare alla retta $x + 2y - 1 = 0$.

61. Passante per l'origine degli assi cartesiani e perpendicolare alla retta $3x - 4y + 2 = 0$.

62. Passante per il punto $P(1; -4)$ e perpendicolare alla retta $2x - 1 = 0$. $[y = -4]$

63. Passante per il punto $P(-2; 5)$ e perpendicolare alla retta $x = 6$. $[y = 5]$

64. Passante per il punto $P(0; 1)$ e perpendicolare alla retta $2y + 4 = 0$. $[x = 0]$

65. Passante per il punto $P(-4; 0)$ e perpendicolare alla retta $\sqrt{3}x - 3y = 0$. $[3x + \sqrt{3}y + 12 = 0]$

66. Passante per i punti $A(4; 2)$ e $B(1; 3)$. $[x + 3y - 10 = 0]$

67. Passante per i punti $A(-2; 1)$ e $B(2; 3)$. $[x - 2y + 4 = 0]$

68. Passante per i punti $A(0; 5)$ e $B(2; 4)$. $[x + 2y - 10 = 0]$

69. Passante per i punti $A(2; 0)$ e $B(0; -1)$.

70. Passante per i punti $A(3; 1)$ e $B(3; 5)$. $[x - 3 = 0]$

71. Passante per i punti $A(2; -3)$ e $B(5; -3)$. $[y + 3 = 0]$

72. Passante per l'origine degli assi cartesiani e per il punto $A(-4; 1)$.

73. Passante per i punti $A(-2; 0)$ e $B\left(\frac{1}{2}; 5\right)$. $[y = 2x + 4]$

Nelle seguenti equazioni determinare per quale valore di k la corrispondente retta passa per il punto P accanto indicato:

74. $y = 2x + k$; $P(1; 1)$ $[k = -1]$

75. $y + x + k = 0$; $P(2; -2)$ $[k = 0]$

76. $2x - y + 2k = 0$; $P(0; 2)$ $[k = 1]$

77. $kx + y - 2 = 0$;	$P(1; 0)$	$[k = 2]$
78. $(k - 1)x + ky + 3 = 0$;	$P(2; -3)$	$[k = 1]$
79. $2x - y + k(k - 1) = 0$;	$P(1; 2)$	$[k = 0;\ k = 1]$
80. $3x + 2y - k^2 + 4 = 0$;	$P(0; 0)$	$[k = \pm 2]$
81. $x + 2k = 0$;	$P(1; 0)$	$\left[k = -\frac{1}{2}\right]$
82. $2x - k^2 = 0$;	$P(1; 2)$	$[k = \pm\sqrt{2}]$
83. $y = k + 1$;	$P(0; 2)$	$[k = 1]$
84. $3x + ky + 2 = 0$;	$P(2; 0)$	[per nessun valore di k]
85. $2x - ky + 4 = 0$;	$P(-2; 0)$	[per ogni valore di k]

Trovare il punto d'intersezione delle seguenti coppie di rette:

86. $x + y - 1 = 0$;	$2x - y + 4 = 0$	$[P(-1; 2)]$
87. $y = 2x$;	$y = x - 3$	$[P(-3; -6)]$
88. $2x + 4y - 1 = 0$;	$x = 5$	$\left[P\left(5; -\frac{9}{4}\right)\right]$
89. $x - 3y + 2 = 0$;	$2y + 1 = 0$	$\left[P\left(-\frac{7}{2}; -\frac{1}{2}\right)\right]$
90. $3x - 2 = 0$	$y = 1$	$\left[P\left(\frac{2}{3}; 1\right)\right]$
91. $y = \frac{1}{2}x + 4$;	$2x + y = 1$	
92. $y = 2x - 1$;	$2x - y + 5 = 0$	[?]
93. $y = x - 3$;	$2x - 2y - 6 = 0$	[?]
94. $y = -3x$;	$2x - y = 0$	
95. $4x - 3y = 0$	$2x + y + 5 = 0$	$\left[P\left(-\frac{3}{2}; -2\right)\right]$

Determinare graficamente le eventuali soluzioni dei seguenti sistemi e quindi verificarle:

96. $\begin{cases} y = 2x + 2 \\ y = x + 5 \end{cases}$ **97.** $\begin{cases} y = -x \\ 2x + 3y + 1 = 0 \end{cases}$ **98.** $\begin{cases} 3x - y + 1 = 0 \\ x + y + 3 = 0 \end{cases}$

99. $\begin{cases} x - 3y + 2 = 0 \\ 2x - 6y - 5 = 0 \end{cases}$

100. $\begin{cases} x + 2y - 1 = 0 \\ y = 2x - \frac{19}{2} \end{cases}$

101. $\begin{cases} 3x - y + 2 = 0 \\ 2y - 6x = 4 \end{cases}$

Trovare la distanza dei seguenti punti dalle rette le cui equazioni sono a fianco indicate:

102. $P(8; 1)$; $x - 5 = 0$ $[d = 3]$

103. $P(4; -2)$; $2y + 1 = 0$ $\left[d = \frac{3}{2}\right]$

104. $P(1; 1)$; $2x + y - 1 = 0$ $\left[d = \frac{2\sqrt{5}}{5}\right]$

105. $P(-1; 2)$; $x - 3y + 2 = 0$ $\left[d = \frac{\sqrt{10}}{2}\right]$

106. $P(-2; 3)$; $y = x - 4$ $\left[d = \frac{9\sqrt{2}}{2}\right]$

107. $P(0; 1)$; $y = -2x$ $\left[d = \frac{\sqrt{5}}{5}\right]$

108. $P(1; 0)$; $4x + 3y - 2 = 0$ $\left[d = \frac{2}{5}\right]$

109. $P(2; -3)$; $8x - 15y = 0$ $\left[d = \frac{61}{17}\right]$

110. $P(-2; 0)$; $x + y = 0$ $[d = \sqrt{2}]$

111. $P(-2; 0)$; $x - y = 0$ $[d = \sqrt{2}]$

Determinare le equazioni degli assi dei segmenti aventi i seguenti estremi:

112. $A(2; 1)$; $B(-3; 0)$ $[5x + y + 2 = 0]$

113. $A(-4; 0)$; $B(2; 3)$

114. $A(4; -2)$; $B(-6; 2)$ $[5x - 2y + 5 = 0]$

115. $A(2; -1)$; $B(-2; 1)$

116. $A(4; 5)$; $B(-2; 5)$ $[x = 1]$

117. $A(-1; 0)$; $B(3; 0)$

118. $A(3; 6)$; $B(3; -2)$ $[y = 2]$

119. $A(1; 4)$; $B(1; 1)$

Trovare le equazioni delle bisettrici degli angoli individuati dalle seguenti coppie di rette incidenti:

120. $y = 2x + 4$; $y = x - 1$ $[(2\sqrt{2} - \sqrt{5})x + (\sqrt{5} - \sqrt{2})y + 4\sqrt{2} + \sqrt{5} = 0;$ $(2\sqrt{2} + \sqrt{5})x - (\sqrt{5} + \sqrt{2})y + 4\sqrt{2} - \sqrt{5} = 0]$

121. $y = -x$; $y = 3x$ $[x(\sqrt{5} - 3) + y(\sqrt{5} + 1) = 0;\ x(\sqrt{5} + 3) + y(\sqrt{5} - 1) = 0]$

122. $x + 2y + 1 = 0$; $2x - y + 2 = 0$ $[x - 3y + 1 = 0;\ 3x + y + 3 = 0]$

123. $2x - 3y = 0$; $x = 2$ $[x(2 - \sqrt{13}) - 3y + 2\sqrt{13} = 0;\ x(2 + \sqrt{13}) - 3y - 2\sqrt{13} = 0]$

124. $y = 3x + 2$; $y = 2$ $[3x - y(\sqrt{10} + 1) + 2 + 2\sqrt{10} = 0;$ $3x + y(\sqrt{10} - 1) + 2 - 2\sqrt{10} = 0]$

125. $y = 2x$; $y = -\frac{1}{2}x$ $[x - 3y = 0;\ 3x + y = 0]$

Risolvere i seguenti problemi relativi alla retta:

126. Trovare l'equazione della retta passante per il punto P d'intersezione delle due rette $x + y = 0$ e $2x - y + 3 = 0$ e parallela alla retta $y = 3x - 1$. $[y = 3x + 4]$

127. Trovare l'equazione della retta passante per il punto P d'intersezione delle due rette $y = 2x$ e $2y - 3 = 0$ e perpendicolare alla retta $x + y - 1 = 0$. $[4x - 4y + 3 = 0]$

128. Trovare le equazioni dei lati del triangolo di vertici $O(0; 0)$, $A(2; 1)$, $B(-1; 3)$.
$[x - 2y = 0;\ 3x + y = 0;\ 2x + 3y - 7 = 0]$

129. Trovare le equazioni delle mediane del triangolo di vertici $A(0; 3)$, $B(-1; 5)$, $C(-2; 1)$.
$[y = 3;\ x = -1;\ y = 2x + 5]$

130. Trovare le equazioni dei lati del triangolo di vertici $A(-4; 4)$, $B(6; 4)$, $C(1; -3)$.
$[y = 4;\ 7x + 5y + 8 = 0;\ 7x - 5y - 22 = 0]$

131. Trovare le equazioni delle altezze del triangolo di vertici $A(6; 0)$, $B(-6; 0)$, $C(-1; 4)$.
$[x = -1;\ 5x + 4y - 30 = 0;\ 7x - 4y + 42 = 0]$

132. Trovare le equazioni delle altezze del triangolo di vertici $A(2; 0)$, $B(0; 4)$, $C(2; 5)$.
$[y = 4;\ x - 2y + 8 = 0;\ 2x + y - 4 = 0]$

133. Determinare l'equazione dell'asse del segmento di estremi $A(2; 0)$ e $B(-4; 2)$ e la lunghezza del segmento staccato su di esso dagli assi cartesiani. $\left[3x - y + 4 = 0;\ \frac{4}{3}\sqrt{10}\right]$

134. Dato il triangolo di vertici $A(-2; 3)$, $B(0; 5)$, $C(2; -2)$ trovare l'equazione della retta passante per C e parallela alla mediana uscente da A. $[x + 2y + 2 = 0]$

135. Trovare le equazioni delle tre altezze del triangolo di vertici $A(0; 2)$, $B(6; 6)$ e $C(8; 6)$ e verificare che dette altezze passano per uno stesso punto (l'ortocentro).
$[2x + y - 18 = 0;\ 3x + 2y - 36 = 0;\ x = 0]$

136. Determinare l'area del quadrilatero concavo di vertici $A(-3; -2)$, $B(-1; 3)$, $C(4; 0)$, $D(29/2; -2)$. $[33]$

137. Determinare le equazioni degli assi del triangolo di vertici $A(-3; 0)$, $B(4; 0)$, $C(1; 7)$ e verificare che detti assi passano per uno stesso punto (il circocentro).
$[2x - 1 = 0;\ 8x + 14y - 41 = 0;\ 3x - 7y + 17 = 0]$

138. Determinare le coordinate del baricentro del triangolo di vertici $A(2; 1)$, $B(-5; 3)$ e $C(7; 4)$.
$\left[\left(\frac{4}{3}; \frac{8}{3}\right)\right]$

139. Determinare le coordinate del baricentro del triangolo di vertici $A(5; 1)$, $B(1; -3)$ e $C(-3; -4)$.
$[(1; -2)]$

140. Determinare le coordinate dell'ortocentro del triangolo di vertici $A(1; 2)$, $B(-4; 2)$ e $C(-6; -5)$.
$[(-6; 4)]$

141. Determinare le coordinate dell'ortocentro del triangolo di vertici $O(0; 0)$, $A(4; 0)$ e $B(-2; -6)$.
$[(-2; 2)]$

142. Verificare che il triangolo di vertici $A(2; 1)$, $B(3; 4)$, $C(9; 2)$ è rettangolo e calcolarne perimetro ed area della superficie. $[3\sqrt{10} + 5\sqrt{2};\ 10]$

143. Trovare il perimetro e l'area della superficie del triangolo i cui lati hanno le seguenti equazioni: $x + 2y = 0$; $x - y = 0$, $y - 4 = 0$. $[4(3 + \sqrt{2} + \sqrt{5});\ 24]$

144. Trovare il perimetro e l'area della superficie del triangolo i cui lati hanno le seguenti equazioni: $y = \frac{4}{3}x$, $y = 4$, $x + y - 14 = 0$. $[4(3 + \sqrt{2});\ 14]$

145. Trovare le coordinate del baricentro e dell'ortocentro del triangolo i cui lati hanno le seguenti equazioni: $4x - 3y = 0$, $y + 4 = 0$, $x + y - 7 = 0$. $\left[\left(\frac{11}{3};\ -\frac{4}{3}\right);\ (3;\ 2)\right]$

146. Trovare per quale valore del parametro k la retta $kx + (k-1)y + 2 = 0$ è parallela alla retta $x + 3y + 5 = 0$. $\left[k = -\frac{1}{2}\right]$

147. Trovare per quali valori del parametro k la retta $k^2x - (k+2)y = 0$ è perpendicolare alla retta $x + y = 0$. $[k = 2;\ k = -1]$

148. Trovare l'asse del segmento staccato dagli assi cartesiani sulla retta di equazione $x + 2y - 8 = 0$. $[2x - y - 6 = 0]$

149. Trovare l'equazione della retta passante per l'origine degli assi cartesiani e formante un angolo di 60° con l'asse delle ascisse. $[y = \sqrt{3}x]$

150. Trovare l'equazione della retta passante per il punto $A\,(1;\ 2)$ e formante un angolo di 45° con l'asse delle ascisse. $[y = x + 1]$

151. Trovare l'equazione della retta passante per il punto $A\,(-2;\ 1)$ e formante un angolo di 150° con l'asse delle x; verificare quindi che il punto $B\left(\sqrt{3};\ -\frac{2\sqrt{3}}{3}\right)$ giace su tale retta. $[\sqrt{3}x + 3y - 3 + 2\sqrt{3} = 0]$

152. Trovare l'equazione della retta inclinata di 135° rispetto all'asse delle ascisse e passante per il punto $P\,(2;\ 0)$; trovare poi l'equazione dell'asse del segmento staccato su detta retta dagli assi cartesiani. $[x + y - 2 = 0;\quad x - y = 0]$

153. Determinare la tangente goniometrica dell'angolo γ formato dalle due rette $y = 2x + 1$ e $y = -x$. $[\operatorname{tg}\gamma = 3]$

154. Trovare la tangente goniometrica dell'angolo γ formato dalle due rette $2x + 3y + 4 = 0$ e $x - 2y + 1 = 0$. $\left[\operatorname{tg}\gamma = -\frac{7}{4}\right]$

155. Trovare la tangente goniometrica dell'angolo formato dalle due rette $3x - y + 4 = 0$ e $x + 3y - 1 = 0$. [?]

156. I punti $A\,(2;\ 1)$, $B\,(6;\ 3)$ e $C\,(8;\ 6)$ sono tre successivi vertici di un parallelogrammo. Trovare le coordinate del quarto vertice D, le equazioni delle diagonali, le misure del perimetro e dell'area della superficie del parallelogrammo. $[D\,(4;\ 4);\ 5x - 6y - 4 = 0;\ x + 2y - 12 = 0;\ 2(2\sqrt{5} + \sqrt{13});\ 8]$

157. Trovare l'area della superficie del triangolo di vertici $A\,(1;\ 1)$, $B\,(6;\ 3)$ e $C\,(8;\ 7)$. [8]

158. Trovare l'area della superficie del triangolo i cui lati hanno le seguenti equazioni: $y - x = 0$, $2y - x = 0$, $x + y - 4 = 0$. $\left[\frac{4}{3}\right]$

159. Trovare l'area della superficie del triangolo i cui vertici sono il punto $A(-3; 2)$ ed i punti in cui la retta $y = x - 4$ interseca gli assi cartesiani. [18]

160. Trovare l'area della superficie del quadrilatero di vertici $O(0; 0)$, $A(8; 0)$, $B(10; 4)$. $C(6; 6)$. [34]

161. In un triangolo isoscele gli estremi della base sono i punti $A(2; 1)$ e $B(6; 3)$. Trovare il vertice del triangolo sapendo che giace sull'asse delle ordinate; trovare quindi l'area della superficie del triangolo. [$V(0; 10)$; 20]

162. Un triangolo isoscele ha il vertice nel punto $V(6; 0)$ e la base sulla retta di equazione $y = x + 5$; sapendo che un estremo della base è sull'asse delle ordinate trovarne le coordinate e trovare anche le coordinate dell'altro estremo. [$(0; 5)$, $(1; 6)$]

163. Trovare l'area del triangolo avente per vertici il punto $A(3; 2)$ ed i punti di intersezione della retta di equazione $2x + y - 4 = 0$ con gli assi cartesiani. [4]

164. Trovare per quali valori del parametro k le due rette $y = kx + k$ e $y = (k - 1)x + 2$ si intersecano sull'asse delle ascisse. [$k = 0$; $k = 3$]

165. Trovare per quale valore del parametro k le due rette $x + ky + 1 = 0$ e $(k + 1)x - y + 2 = 0$ si intersecano sull'asse delle ordinate.

$$\left[k = -\frac{1}{2}\right]$$

166. Trovare per quale valore del parametro k le due rette $2x - ky + 1 = 0$ e $(k + 2)x + y + 4 = 0$ sono tra loro perpendicolari; trovare poi, in tal caso, le coordinate del loro punto d'intersezione.

$$\left[k = -4; \quad \left(\frac{3}{2}; -1\right)\right]$$

167. Dato il triangolo di vertici $A(0; 5)$, $B(8; 2)$, $C(2; -7)$ verificare che la retta passante per i punti medi di due dei suoi lati è parallela al terzo lato.

168. Dato il quadrilatero di vertici $A(-4; 0)$, $B(2; 2)$, $C(6; 0)$, $D(8; -8)$ verificare che le congiungenti i punti medi dei suoi lati consecutivi sono a due a due parallele alle diagonali del quadrilatero stesso. Determinare poi l'area del quadrilatero dato. [50]

169. Data l'equazione:

$$(1 + k)x + 2y - k + 3 = 0$$

verificare che per ogni valore di k la retta che ad essa corrisponde passa per $P(1; -2)$ e che l'equazione rappresenta pertanto un fascio di rette di sostegno P.
Tra tutte le rette del fascio determinare poi quella passante per $A(0; 1)$, quella parallela alla $2x + 3y + 5 = 0$ e quella perpendicolare alla $x - 2y + 1 = 0$.

[$3x + y - 1 = 0$; $2x + 3y + 4 = 0$; $2x + y = 0$]

170. Data l'equazione del fascio di rette

$$kx + (2k - 1)y + k - 1 = 0$$

determinare il sostegno P. Determinare poi tra le rette del fascio quella che interseca il segmento di estremi $A(0; 8)$ e $B(4; 2)$ nel suo punto medio e quelle la cui distanza dall'origine del sistema di riferimento è $\frac{\sqrt{34}}{17}$. [$P(1; -1)$; $6x - y - 7 = 0$; $3x + 5y + 2 = 0$ e $5x + 3y - 2 = 0$]

171. Trovare sulla retta $x + 2y - 6 = 0$ il punto C che sia equidistante dai due punti $A(-2; -4)$ e $B(6; 0)$. Determinare poi perimetro ed area del triangolo ABC.

$$\left[C\left(-\frac{2}{3}; \frac{10}{3}\right); \quad \frac{32}{3}\sqrt{5}; \quad \frac{80}{3}\right]$$

172. Su quali rette del fascio di sostegno $P(0; 6)$ gli assi cartesiani staccano una corda di lunghezza $2\sqrt{10}$?
$[3x - y + 6 = 0 \text{ e } 3x + y - 6 = 0]$

173. Una retta ha, rispetto ad un sistema di assi cartesiani ortogonali, equazione $2x - 3y + 1 = 0$; quale sarà l'equazione della stessa retta rispetto ad un sistema di riferimento traslato rispetto al primo e avente l'origine nel punto $O'(2; 4)$? Si confrontino le due equazioni della stessa retta e si osservi cosa è mutato e cosa è rimasto inalterato e si dia di ciò una spiegazione. $[2X - 3Y - 7 = 0]$

174. Tre rette hanno rispetto ad un certo sistema di coordinate cartesiane ortogonali le seguenti equazioni: $y = 4x$, $y - 4 = 0$, $x + 2 = 0$; come saranno le equazioni delle stesse rette rispetto ad un secondo sistema di riferimento, traslato rispetto al primo ed avente l'origine nel punto $O'(-2; 1)$?

175. Verificare che il quadrilatero avente per lati le rette $y = x$, $y = x + 4$, $x = 0$, $y = 6$ è un trapezio isoscele; determinarne quindi il perimetro e l'area della superficie. $[8(1 + \sqrt{2}); 16]$

176. Tre vertici consecutivi di un rombo sono i punti $O(0; 0)$, $A(10; 0)$ e $B(18; 6)$; determinare le coordinate del quarto vertice C, l'area della superficie ed il perimetro del rombo.
$[C(8; 6); \quad 60; \quad 40]$

177. Verificare che il quadrilatero avente per lati le rette $y = x$, $2y - 2x - 9 = 0$, $y = 3x$, $y - 3x + 6 = 0$ è un parallelogrammo; determinare quindi le coordinate dei suoi vertici, il perimetro e l'area della superficie. $\left[O(0; 0), \quad A(3; 3), \quad B\left(\frac{21}{4}; \frac{39}{4}\right), \quad C\left(\frac{9}{4}; \frac{27}{4}\right); \quad 6\sqrt{2} + \frac{9}{2}\sqrt{10}; \quad \frac{54}{4}\right]$

178. Tre vertici consecutivi di un parallelogrammo sono i punti $A(2; -2)$, $B(8; 2)$, $C(10; 8)$. Determinare le coordinate del quarto vertice D e le equazioni delle due diagonali.
$[D(4; 4); \quad 5x - 4y - 18 = 0; \quad x + 2y - 12 = 0]$

179. Verificare che il quadrilatero avente per lati le rette $x - 2y + 4 = 0$, $x = 0$, $x - 2y + 12 = 0$, $y + x = 0$ è un trapezio. Determinare quindi l'area della sua superficie. $\left[\frac{32}{3}\right]$

180. Determinare, mediante l'uso delle tavole goniometriche, l'ampiezza dell'angolo che la retta $2x - 3y + 4 = 0$ forma con l'asse x. $[\simeq 33° 41' 23'']$

181. Determinare, mediante l'uso delle tavole goniometriche, le ampiezze degli angoli che le rette $x + 3y + 4 = 0$ e $2x + 5y = 0$ formano con l'asse x. $[\simeq 161° 33' 55''; \quad \simeq 158° 11' 55'']$

182. Determinare, mediante l'uso delle tavole goniometriche, l'ampiezza dell'angolo delle due rette $y = x + 2$ e $y = 2x - 3$. $[\simeq 18° 26' 5'']$

183. Determinare, mediante l'uso delle tavole trigonometriche, l'ampiezza dell'angolo delle due rette $5x + 2y = 0$, $2x - 3y + 1 = 0$. $[\simeq 78° 6' 41'']$

184. I punti $A(1; 4)$ e $B(5; 4)$ sono due vertici consecutivi di un trapezio rettangolo $ABCD$, le cui basi AD e BC sono parallele all'asse y ed i cui vertici C e D stanno sulla retta di equazione $x + 2y - 7 = 0$. Determinare l'area S del trapezio e l'area S' della superficie del solido ottenuto nella rotazione di 360° del trapezio attorno all'asse x. $[S = 8; \quad S' = 2\pi(27 + 4\sqrt{5})]$

185. Data la retta r di equazione $2mx - (m + 2)y + m + 1 = 0$, ove m è un numero reale positivo, determinare m in modo che l'area del triangolo rettangolo che ha per vertici i due punti di intersezione della r con gli assi cartesiani e l'origine O del sistema di riferimento, misuri 5/2.
$\left[m = \frac{\sqrt{10} - 3}{3}\right]$

186. In un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, di un triangolo ABC si conoscono: l'equazione

$y = 2$ del lato AB, l'equazione $4x - 3y - 6 = 0$ del lato AC, l'ascissa 0 del vertice C e l'ascissa -2 del vertice B.

a) Verificare che il triangolo è isoscele e trovarne l'area.

b) Determinare le coordinate del punto D tale che il quadrilatero $ABCD$ sia un parallelogrammo avente AC per diagonale. [a) 10; b) $D(5; -2)$]

187. Trovare i punti della retta $5x - 3y + 15 = 0$ per i quali la distanza dall'asse delle ascisse è 2/3 della distanza dall'asse delle ordinate. $\left[\left(-5; -\frac{10}{3}\right) \text{ e } \left(-\frac{15}{7}; \frac{10}{7}\right)\right]$

188. In un sistema di coordinate cartesiane ortogonali, di un parallelogrammo $ABCD$ si conoscono: l'equazione $y = 2x + 4$ del lato CD, le coordinate (3; 2) del vertice A, l'ascissa 7 del vertice B e l'ascissa 9 del vertice C.
Determinare le coordinate del vertice D e le misure del perimetro e dell'area del parallelogrammo. [$D(5; 14)$; $4(2\sqrt{5} + \sqrt{37})$; 32]

189. Sono dati il punto $P(-2; 0)$ e la retta r di equazione $3x - 4y + 12 = 0$. Trovare l'equazione di una retta passante per l'origine O del sistema di riferimento e tale che il punto P risulti equidistante da questa e dalla r. [$3x - 4y = 0$, $3x + 4y = 0$, ...]

190. Tra le rette del fascio di sostegno $P(4; 6)$ trovare quelle che con gli assi cartesiani formano triangoli di area 49. [$2x + y = 0$ e $9x + 8y = 0$]

191. Determinare le coordinate del vertice C di un triangolo ABC del quale si sa che: è isoscele sulla base AB, il vertice C giace nel secondo quadrante, le coordinate di A e B sono rispettivamente $(-6; 0)$ e (2; 6), l'area misura 25. [$C(-5; 7)$]

192. Due vertici di un triangolo sono i punti $A(8; 0)$ e $B(0; 6)$; il terzo vertice C appartiene alla retta $y = x + 10$. Determinare le coordinate di C sapendo che l'area del triangolo misura 60.
$\left[C\left(\frac{44}{7}; \frac{114}{7}\right) \text{ oppure } C\left(-\frac{76}{7}; -\frac{6}{7}\right)\right]$

193. I punti A, B, C, D, sono i vertici successivi di un quadrilatero convesso di area 40. Sapendo che le coordinate dei vertici A, B, C, sono rispettivamente $(4; -4)$, $(-2; 0)$, (0; 6) e che il vertice D sta sulla perpendicolare in C alla diagonale AC, determinare le coordinate di D.
$\left[D\left(\frac{90}{29}; \frac{210}{29}\right)\right]$

194. Le due rette

$$x - 2y + 4 = 0, \qquad 2x + 2y + 11 = 0$$

individuano un fascio proprio il cui sostegno è il loro punto d'intersezione. Tra le rette di questo fascio trovare quelle la cui distanza dal punto $P(0; 2)$ è $\frac{5}{2}$. [$2y + 1 = 0$; $8x - 6y + 37 = 0$]

195. In un sistema di assi cartesiani ortogonali sono dati i due fasci di rette:

$$y = a(x - 1), \qquad y = 2 + b(x - 2).$$

Si chiede di:

a) determinare il centro P del primo ed il centro Q del secondo;

b) stabilire quale relazione deve esistere tra a e b affinché la generica retta del primo fascio e la generica retta del secondo si intersechino sull'asse y;

c) determinare, nella suddetta condizione, quali sono i valori di a e di b per i quali risulta che la retta $y = 2 + b(x - 2)$ è perpendicolare alla retta $2x - y - 2 = 0$;

d) individuare, nelle suddette condizioni, la natura del triangolo formato dalle rette $2x - y - 2 = 0$, $y = a(x - 1)$, $y = 2 + b(x - 2)$.

[a) $P(1; 0)$, $Q(2; 2)$; b) $a - 2b + 2 = 0$; c) $a = -3$, $b = -1/2$; d) è rettangolo isoscele]

196. I punti $A(-3; -2)$, $B(2; 0)$, $C(1; 3)$ sono tre vertici consecutivi del quadrilatero $ABCD$ ed i lati AD e DC sono paralleli rispettivamente alle rette $3x - y - 2 = 0$ e $2x - 3y - 12 = 0$. Determinare il punto H in cui si intersecano le diagonali del quadrilatero ed il perimetro del triangolo EDC, ove E è il punto d'intersezione dei prolungamenti dei lati AD e BC.

$$\left[H\left(-\frac{5}{6}; \frac{17}{24}\right); \quad 3\sqrt{10} + \sqrt{13}\right]$$

197. Il vertice B di un rombo $ABCD$ è il centro del fascio di rette di equazione $2x - (3 - m)y + m + 5 = 0$ ed il vertice opposto è il punto $D(-2; 3)$. Sapendo che il lato BC è parallelo alla retta $7x + 4y - 3 = 0$, determinare le coordinate dei vertici C ed A e la misura S dell'area del rombo. Detto E il punto in cui la retta AC interseca l'asse x, determinare le coordinate di un punto P in modo che il quadrilatero $AEDP$ sia un trapezio isoscele avente la base minore coincidente con AE.

$$\left[C\left(-6; \frac{5}{2}\right), \quad A\left(0; -\frac{1}{2}\right), \quad S = 15; \quad P\left(3; \frac{1}{2}\right)\right]$$

198. Sono dati due fasci di rette:

$$y - ax + 9(a - 1) = 0, \qquad (a - 2)y - 2x + a = 0,$$

di centri rispettivamente A e B.

a) Determinare per quale valore di a la retta del primo fascio e quella del secondo sono perpendicolari tra loro.

b) Trovare le coordinate di A e di B e stabilire per quale valore di a una retta del primo fascio passa per il centro del secondo.

c) Considerato il segmento AB come lato di un.triangolo ABC, il cui ortocentro è il punto $D(2; 2)$, trovare il perimetro del triangolo.

d) Determinare le coordinate dei vertici E ed F di un rombo avente come diagonale AB ed uno dei lati sulla retta AC. [a) $a = 2/3$; b) $A(9; 9)$, $B(1; -1)$, $a = 5/4$; c) $2\sqrt{41} + 19\sqrt{2} + 9\sqrt{10}$; d) $E(-60/7; 104/7)$, $F(130/7; -48/7)$]

199. In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale xOy, sono dati il punto $P(5; 9)$ e le rette $x - 2y + 4 = 0$ e $x + y - 8 = 0$. Dette H e K le proiezioni di P sulle due rette e detti P' e P'' i simmetrici di P rispetto alle due rette, verificare che il quadrilatero $HKP''P'$ è un trapezio e determinare la misura della sua area. Qual è il circocentro del triangolo $PP'P''$?

[24,3; (4; 4)]

200. I punti $A(-1; 0)$, $B(11; 4)$, $C(3; 6)$ sono vertici di un triangolo. Detto M il punto medio del lato BC e denotate con B_1 e C_1 le proiezioni ortogonali di B e di C sulla retta AM, verificare che i segmenti MB_1 ed MC_1 hanno ugual lunghezza.
Ripetere il calcolo per il generico triangolo di vertici $A(x_1; y_1)$, $B(x_2; y_2)$, $C(x_3; y_3)$.

201. In un sistema di riferimento cartesiano ortogonale xOy sono dati i due punti $A(4; 0)$ e $B(0; 2)$. Condurre per A una retta r tale che, detto D il suo punto del primo quadrante di ascissa 2, il quadrilatero $AOBD$ abbia area 16. [$7x + 2y - 28 = 0$]

202. Dato il trapezio di vertici $A(-4; 2)$, $B(8; 2)$, $C(0; 8)$, $D(-4; 8)$, tracciare per A una retta r che divida il trapezio in due parti tra loro equivalenti. [$3x - 5y + 22 = 0$]

203. I punti $A(-6; -3)$e $B(8; 5)$ sono vertici consecutivi di un parallelogrammo di cui $H(2; -1)$ è il punto d'intersezione delle diagonali. Determinare le coordinate degli altri due vertici e le tangenti goniometriche degli angoli del parallelogrammo. [$(10; 1)$, $(-4; -7)$; $\pm 3/2$]

204. Sono date le due rette di equazioni:

$$2x - y + 2 = 0 \qquad \text{e} \qquad 2x + y - 10 = 0.$$

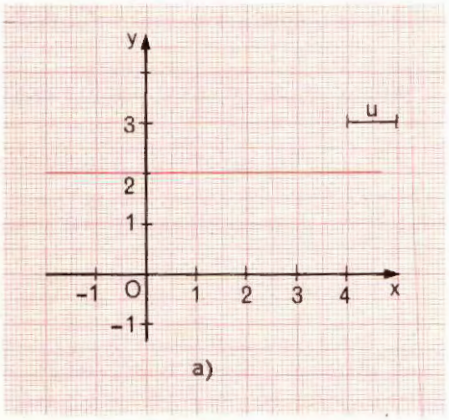
Siano: P l'intersezione tra le due rette, A e B le loro intersezioni con l'asse x.
Due lati consecutivi di un rombo appartengono alle semirette PA e PB e misurano $\sqrt{5}$. Scrivere le equazioni delle rette a cui appartengono gli altri due lati. $[y = -2x + 6 \text{ e } y = 2x - 2]$

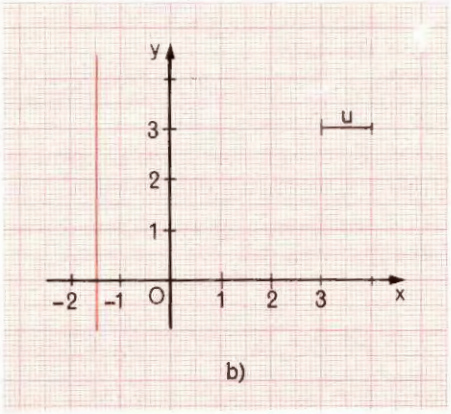
205. Un esagono regolare $ABCDEF$ giace nel semipiano delle ascisse positive. I suoi vertici A e B hanno rispettivamente coordinate (0; 0) e (0; 4). Trovare le equazioni delle rette a cui appartengono i suoi lati.
$[x = 0, \sqrt{3}x - 3y + 12 = 0, \sqrt{3}x + 3y - 24 = 0, x - 4\sqrt{3} = 0, \sqrt{3}x - 3y - 12 = 0, \sqrt{3}x + 3y = 0]$

206. Sono dati i punti A (4; 10) e B (0; -2). Determinare:
a) un punto C di ascissa -1 in modo che il triangolo ABC sia isoscele sulla base AB;
b) un punto D di ascissa -1 in modo che il triangolo ABC sia rettangolo in B;
c) un punto E della bisettrice del primo quadrante in modo che il triangolo ABE sia rettangolo in E;
d) un punto F della bisettrice del primo quadrante in modo che il triangolo ABF sia isoscele sulla base BF.
$\left[\text{a) } C(-1;\ 5);\ \text{b) } D\left(-1;\ -\frac{5}{3}\right);\ \text{c) } E(3+\sqrt{19};\ 3+\sqrt{19});\ \text{d) } F(7+\sqrt{71};\ 7+\sqrt{71})\right]$

Trovare le equazioni delle rette rappresentate nelle seguenti figure:

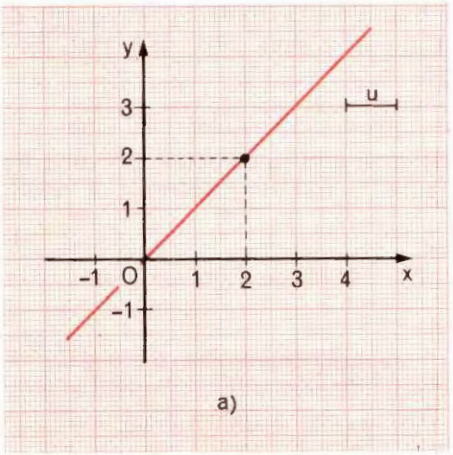
207.

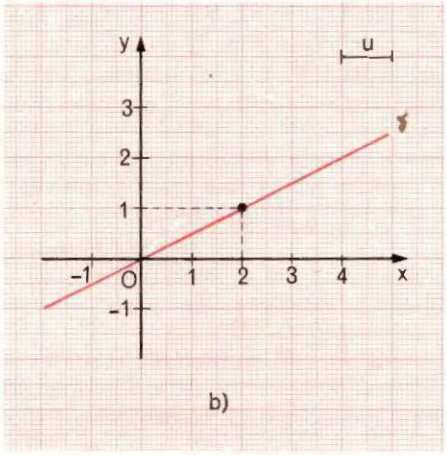




Le due rette disegnate sono parallele ad uno degli assi cartesiani.

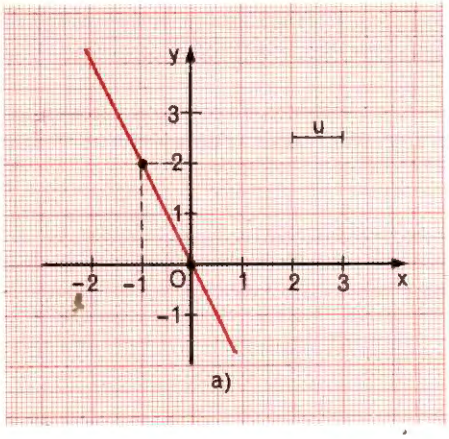
208.

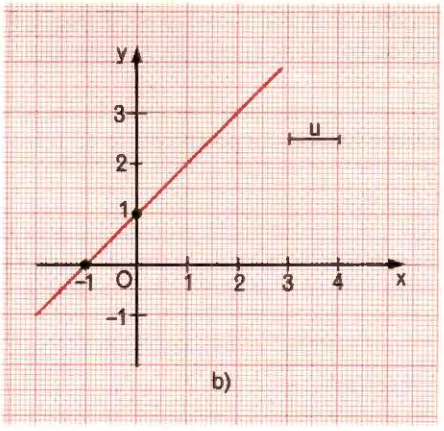


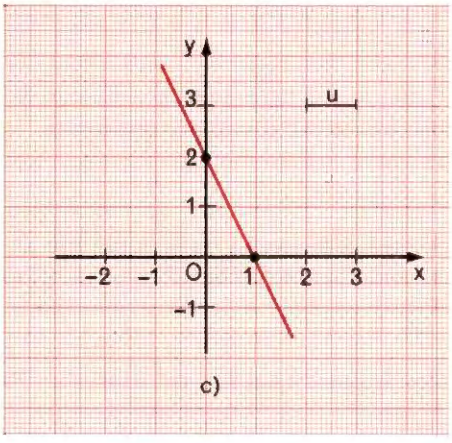


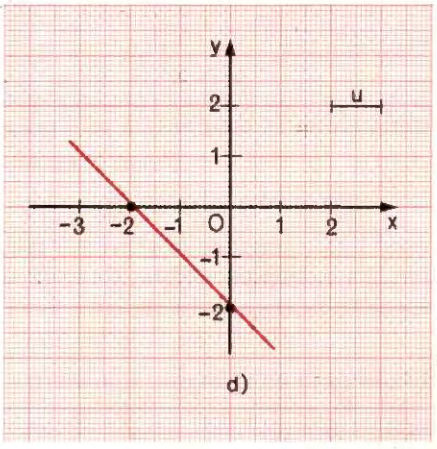
Le due rette qui rappresentate passano per l'origine O del sistema di riferimento e per un secondo punto evidenziato nella figura.

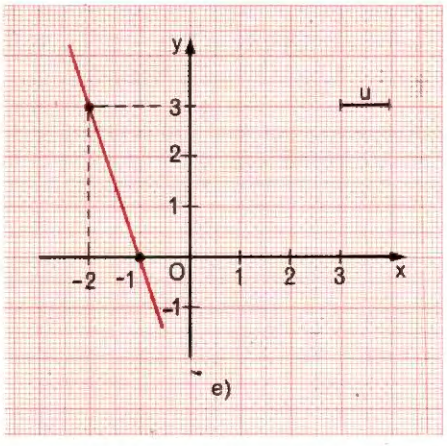
209.

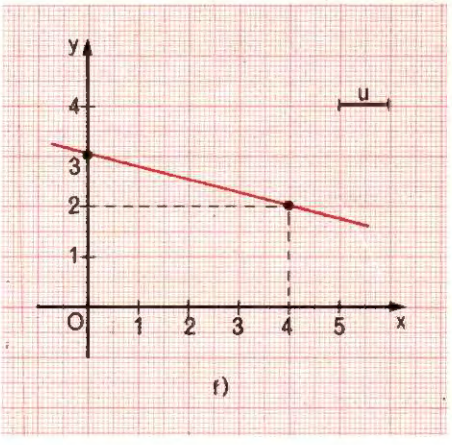












Ciascuna delle sei rette disegnate è individuata da due suoi punti.

Rappresentazione e risoluzione grafica nel piano cartesiano di alcune particolari questioni:

210. Rappresentare graficamente la legge $s = vt$, con $v = 2$ m/s, essendo t il tempo impiegato da un corpo a percorrere un tratto s di retta con velocità costante di 2 m/s.

211. Un corpo P percorre una traiettoria rettilinea orientata di origine O con velocità costante $v = 4$ m/s,

partendo da un punto la cui distanza orientata da O è $s_0 = 2$ m. Rappresentare graficamente la legge fisica $s = vt + s_0$ che dà in ogni istante t la distanza della posizione di P dall'origine.

212. Rappresentare graficamente la legge $v = at$, con $a = 6$ m/s^2, essendo v la velocità posseduta all'istante t da un corpo che parte da fermo e percorre una traiettoria rettiliea con accelerazione costante a.

213. Rappresentare graficamente la legge $v = at + v_0$, con $a = 4$ m/s^2 e $v_0 = 1$ m/s, essendo v la velocità posseduta all'istante t da un corpo che parte con velocità iniziale v_0 e percorre una traiettoria rettilinea con accelerazione costante a. In quale istante è 10 m/s la velocità del corpo?

214. Come nell'esercizio precedente, con $a = -1$ m/s^2 e $v_0 = 2$ m/s; in quale istante è nulla la velocità del corpo?

215. Rappresentare graficamente la legge $V = Ri$, con $R = 6$ ohm, essendo i l'intensità di corrente (in Ampère) che percorre un conduttore di resistenza R quando ai suoi capi è applicata una differenza di potenziale V (in volt).

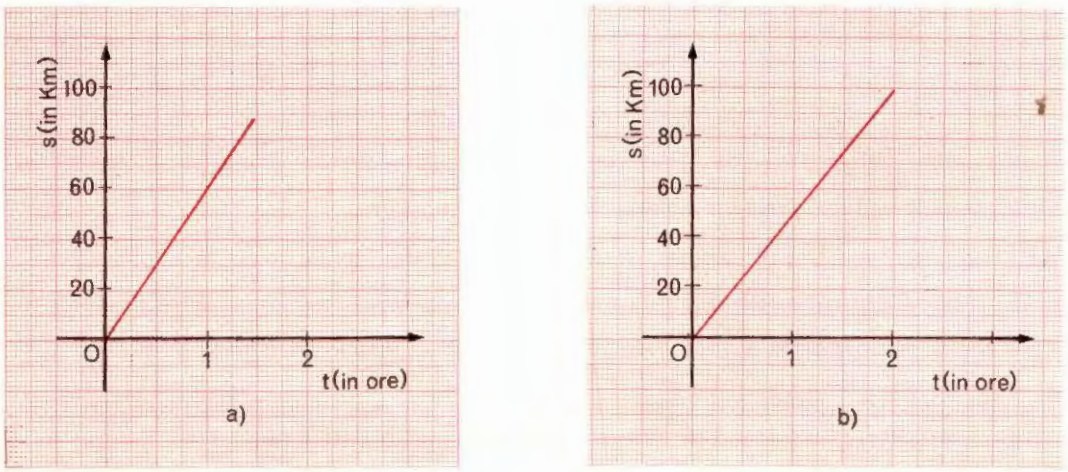
216 Rappresentare nel piano cartesiano la legge $P = p_s \cdot V$, con $p_s = 2$ kg-peso/dm^3, essendo P il peso di un corpo di volume V e p_s il peso specifico della sostanza di cui il corpo è costituito.

217. Un corpo scivola lungo un piano inclinato liscio; la sua accelerazione è $a = g \cdot \frac{h}{l}$, essendo $g \simeq 9{,}8$ m/s^2 l'accelerazione di gravità, l la lunghezza del piano ed h il dislivello tra il punto più alto ed il più basso del piano stesso. Rappresentare graficamente l'andamento di a al variare di h nel caso sia $l = 2$ m la lunghezza del piano.

218. L'altezza di un triangolo equilatero è $h = \frac{l\sqrt{3}}{2}$, essendo l la misura del lato del triangolo. Rappresentare graficamente nel piano cartesiano h in funzione di l.

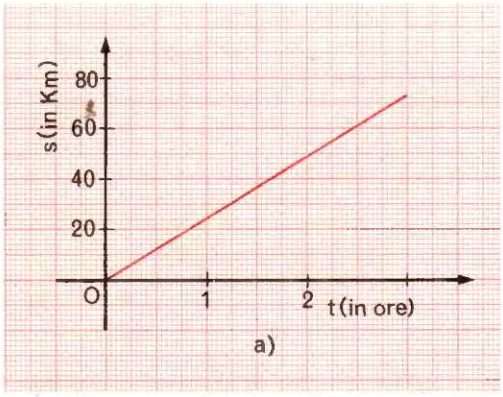
219. L'area della superficie di un trapezio è di 20 cm^2 e la sua altezza è di 5 cm; rappresentare graficamente nel piano cartesiano l'andamento della misura della base maggiore in funzione di quella della minore e, viceversa, la misura della base minore in funzione di quella della maggiore.

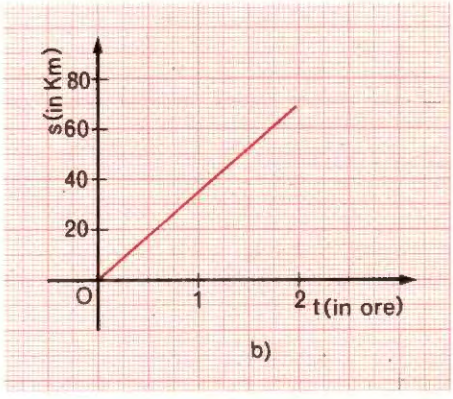
220. Nelle seguenti figure sono rappresentati i diagrammi dello spazio s percorso, in funzione del tempo t, da due diverse macchine. Stabilire la natura dei due moti e determinare i valori delle velocità delle due macchine. Stabilire inoltre la durata dei due moti e gli spazi percorsi al termine dei moti stessi.



Rappresentazione grafica dello spazio percorso, in funzione del tempo, da due diverse macchine.

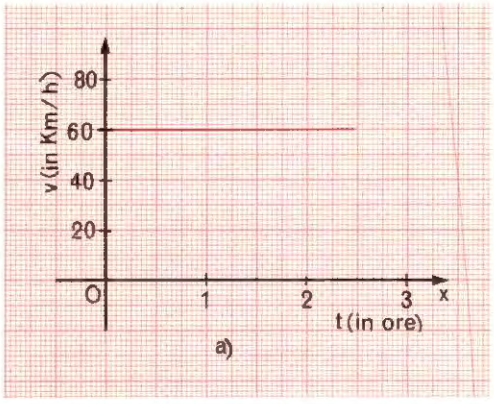
221. Nelle seguenti figure sono rappresentati i diagrammi dello spazio percorso, in funzione del tempo, da due ciclisti. Stabilire la natura dei moti, le rispettive velocità, le durate dei due moti e gli spazi totali percorsi.

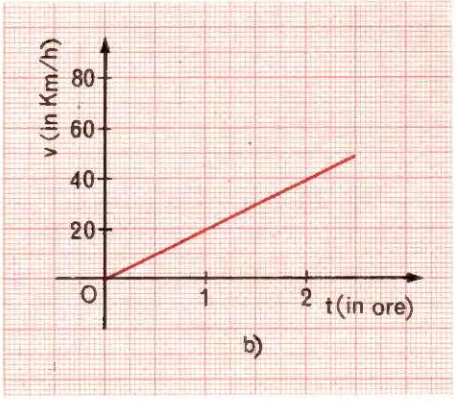


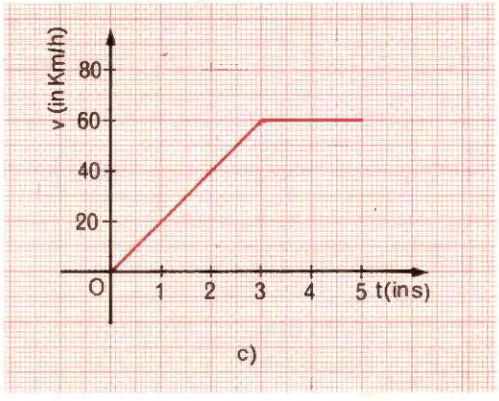


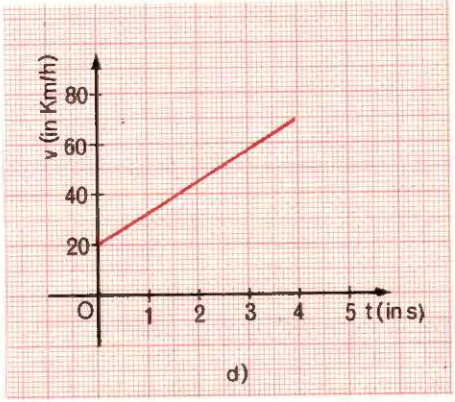
Diagrammi dello spazio percorso, in funzione del tempo, da due diversi ciclisti.

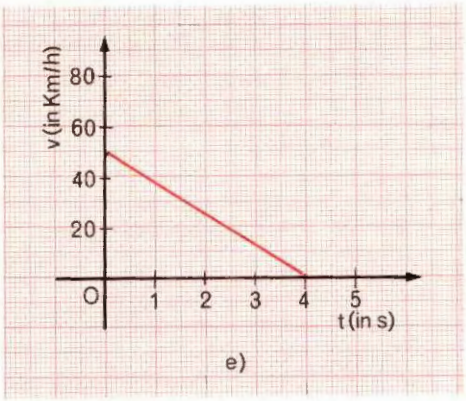
222. Nelle seguenti figure sono rappresentati alcuni diagrammi della velocità, in funzione del tempo, di un automezzo. Stabilire le caratteristiche di ognuno dei moti ed i valori delle rispettive accelerazioni.

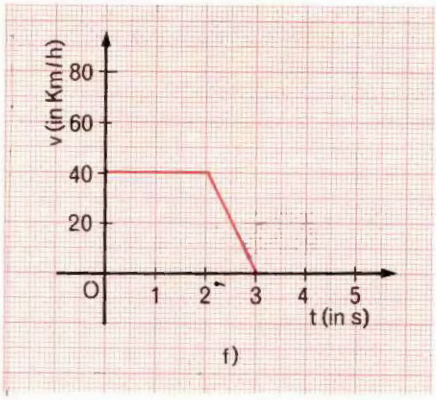






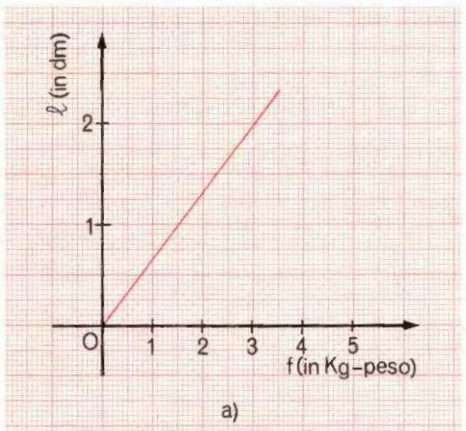


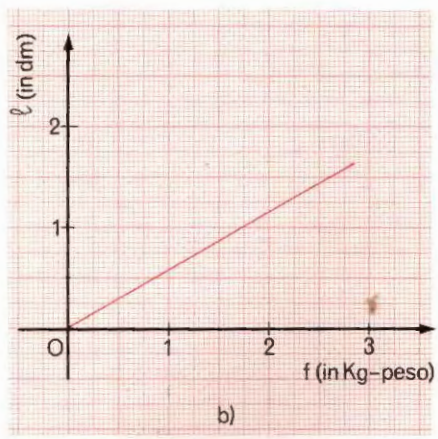




Diagrammi della velocità, in funzione del tempo, di diversi tipi di moto di un automezzo.

223. Nelle seguenti figure sono rappresentati i diagrammi degli allungamenti l subiti da due diversi dinamometri in funzione della forza f applicata. Stabilire il valore della costante caratteristica (rapporto tra forza e corrispondente allungamento) di ognuna delle molle.





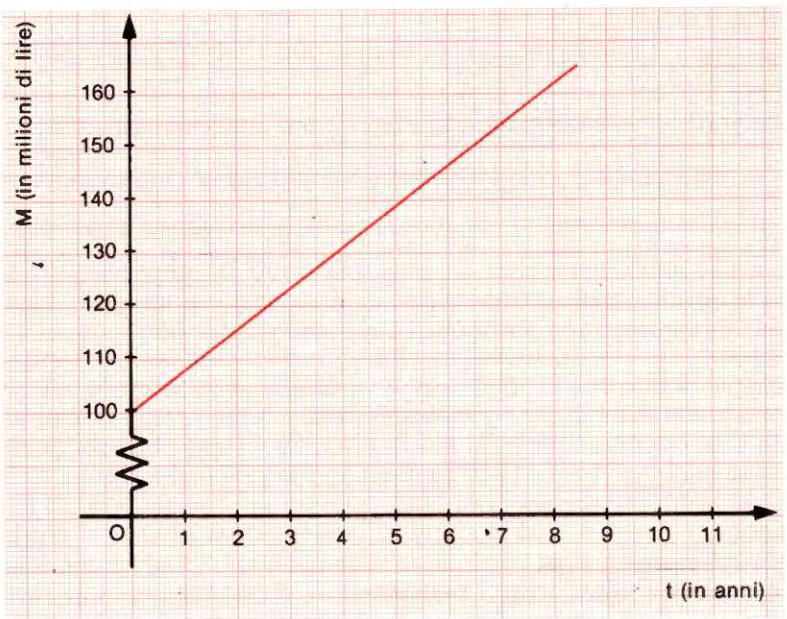
Rappresentazione grafica degli allungamenti provocati da una forza variabile applicata a due diversi dinamometri.

224. Nella seguente figura è rappresentato il diagramma della velocità di un treno relativo al percorso da una stazione ad un'altra. Stabilire le caratteristiche del moto, calcolare le varie accelerazioni cui il treno è sottoposto e la distanza tra le due stazioni.

Diagramma, in funzione del tempo, dell'andamento della velocità di un treno lungo il percorso da una stazione alla successiva.

225. Un capitale $C = 1.800.000$ lire è impiegato ad interesse semplice al 6% annuo; rappresentare graficamente il valore del montante M (montante = capitale + interesse) al variare del tempo.

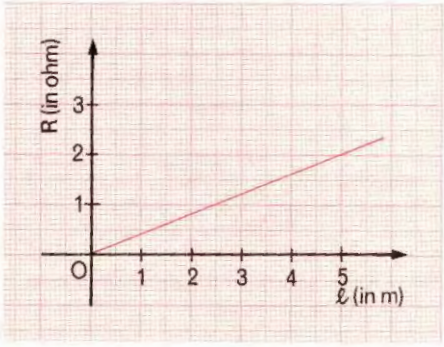
226. Nella seguente figura è rappresentato, in funzione del tempo, il diagramma del montante M relativo ad un certo capitale C impiegato ad interesse semplice. Stabilire il valore del capitale C e del tasso percentuale.



Andamento, in funzione del tempo, del valore di una somma di denaro impiegata ad interesse semplice.

227. La resistenza R di un conduttore, tutto costituito del medesimo materiale, di sezione uniforme s e di lunghezza l è $\varrho \frac{l}{s}$, ove ϱ (resistenza specifica) è una costante che dipende dalle caratteritiche chimiche e fisiche del materiale di cui il conduttore è costituito. Rappresentare graficamente la legge $R = \varrho \frac{l}{s}$ per un conduttore di piombo ($\varrho \simeq 0{,}21$ ohm $\cdot$ mm^2/m) di sezione $s = 0{,}5$ mm^2 e per un conduttore di mercurio ($\varrho \simeq 0{,}91$ ohm $\cdot$ mm^2/m) di sezione $s = 1$ cm^2.

228. Nella seguente figura è graficamente rappresentato l'andamento della resistenza R di un conduttore, tutto costituito di un medesimo materiale e di sezione uniforme $s = 1$ mm^2, in funzione della lunghezza l del conduttore stesso (vedi es. precedente). Determinare il valore della resistenza specifica ϱ.



Rappresentazione grafica della funzione $R = f(l)$, dove l ed R sono rispettivamente la lunghezza di un conduttore elettrico e la sua resistenza.

229. Ricordiamo le due leggi di Gay-Lussac. Se un gas è mantenuto a pressione costante il suo volume V varia al variare della temperatura t secondo la legge:

$$V = V_0(1 + at) \quad \left(\text{con } V_0 \text{ volume a temperatura } t = 0\ ^\circ\text{C ed } a = \text{cost} \simeq \frac{1}{273}\ ^\circ\text{C}^{-1}\right)$$

Analogamente, se il gas è mantenuto a volume costante la sua pressione p varia al variare della temperatura t secondo la legge:

$$p = p_0(1 + at) \quad \left(\text{con } p_0 \text{ pressione a temperatura } t = 0\ ^\circ\text{C ed } a = \text{cost} \simeq \frac{1}{273}\ ^\circ\text{C}^{-1}\right)$$

Rappresentare graficamente nel piano cartesiano le due suddette leggi.

230. La molecola dell'acqua, com'è noto, è formata da due atomi di idrogeno e da uno di ossigeno (H_2O). Essendo 16 la massa dell'atomo di ossigeno $\left(\frac{1}{16}\right.$ dell'atomo di ossigeno è infatti l'unità di misura delle masse atomiche) e circa 1 quella dell'atomo di idrogeno, stabilire la relazione che intercorre tra le quantità y ed x, rispettivamente di ossigeno ed idrogeno, contenute in una certa massa di acqua e rappresentarla graficamente nel piano cartesiano. [$y = 8x$]

231. Si mescola una certa quantità di acqua che si trova alla temperatura di 40 °C con una quantità doppia di acqua che si trova alla temperatura x; detta y la temperatura finale della massa totale di acqua stabilire la relazione che intercorre tra y ed x e rappresentarla graficamente nel piano cartesiano. Possiamo dire che y ed x sono direttamente proporzionali? [$2x - 3y + 40 = 0$]

232. Due treni partono dalla stessa città A e procedono nella stessa direzione. Il primo parte alle ore 8 ed ha una velocità costante di 60 km/h, il secondo parte alle 10 ed ha una velocità costante di 90 km/h. Si chiede di costruire su carta millimetrata il diagramma dei due moti e di determinare graficamente a che ora ed a quale distanza da A il secondo treno raggiunge il primo.

[Alle ore 14; alla distanza di 360 km da A]

233. Due treni partono nel medesimo istante da due diverse stazioni A e B e procedono uno verso l'altro con velocità costanti. Sapendo che le due stazioni distano tra loro di 280 km e che le velocità dei due treni sono rispettivamente di 60 km/h e di 80 km/h, costruire su carta millimetrata il diagramma dei due moti e determinare graficamente dopo quanto tempo dalla partenza ed a quale distanza dalla stazione A i due treni si incrociano.

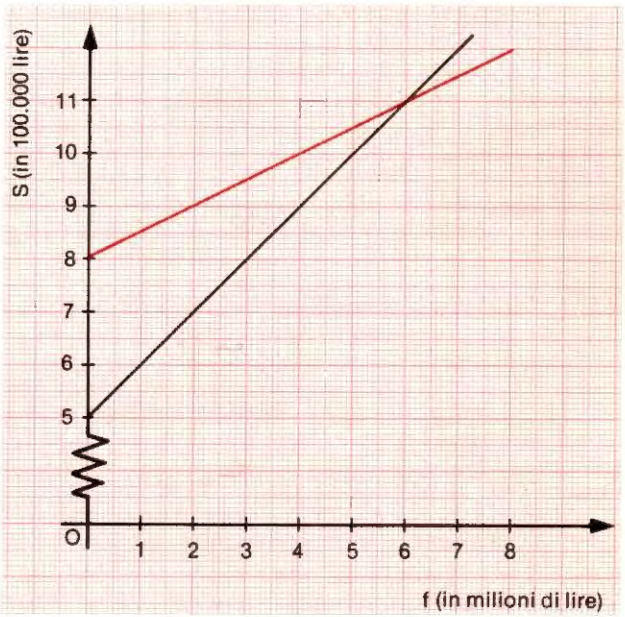
[Dopo 2 ore; a 120 km da A]

234. L'età di un padre supera quella del figlio di 24 anni. Si chiede di determinare graficamente quando si verifica che l'età del padre è 5/2 di quella del figlio. (Indicate con x e y rispettivamente le età del figlio e del padre, si esprimano simbolicamente le due relazioni stabilite dal problema e si rappresentino dette relazioni nel piano cartesiano, su carta millimetrata).

[Quando il figlio ha 16 anni]

235. Nella figura sono rappresentati gli stipendi S di due rappresentanti, in funzione del fatturato mensile f da essi realizzato. Entrambi gli stipendi sono costituiti da una quota fissa, più una percentuale del fatturato stesso. Si chiede di esprimere ciascuno dei due stipendi in funzione del fatturato (individuando per ciascuno la quota fissa e la percentuale di f). Si chiede inoltre di stabilire quale dei due contratti risulti più conveniente.

[$S = 5000.000 + 10\%\ f$ e $S = 800.000 + 5\%\ f$. Per $f < 6.000.000$ è più conveniente il secondo contratto; per $f > 6.000.000$ il primo; per $f = 6.000.000$ i due contratti si equivalgono, dando luogo entrambi ad uno stipendio di L 1.100.000]



Andamento degli stipendi di due rappresentanti in funzione del fatturato da essi realizzato.

236. Sia $y = f(x)$ una funzione della quale si conoscono i due valori y_1 e y_2 rispettivamente assunti per i due valori x_1 e x_2 della variabile indipendente. Interpolare la $f(x)$ nell'intervallo $x_1 \leqslant x \leqslant x_2$ significa dare una stima del valore y che la funzione assume per un valore x interno all'intervallo stesso. L'interpolazione si dice di tipo lineare quando si suppone che internamente all'intervallo la funzione abbia come rappresentazione grafica un tratto di retta, e quindi la sua dipendenza dalla variabile x sia di tipo lineare, cioè espressa dalla legge $y = mx + q$, dove m e q sono opportune costanti.

Nella figura è data la rappresentazione grafica di una generica funzione $y = f(x)$ nell'intervallo $x_1 \leqslant x \leqslant x_2$, intervallo nel quale si suppone che la funzione non presenti particolari irregolarità. P è un punto dell'arco AB del quale si vuole determinare un valore approssimato dell'ordinata; Q è il punto del segmento AB (tratto di retta) avente la stessa ascissa di P. L'ordinata di Q viene assunta

come valore approssimato dell'ordinata di P (l'approssimazione risulta tanto migliore quanto più x_1 e x_2 sono vicini tra loro). Nell'interpolazione lineare si ha dunque:

valore approssimato di $\bar{y} = y_Q$ (ordinata di Q).

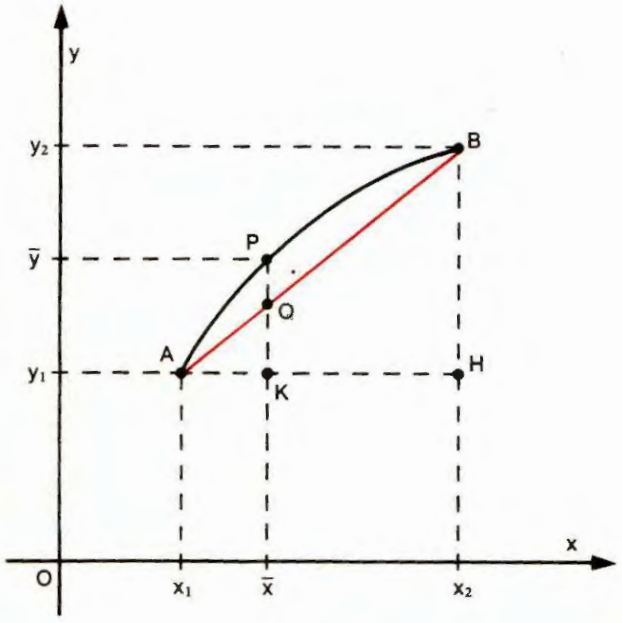
Si chiede di:

a) verificare che

$$y_Q = y_1 + \frac{\bar{x} - x_1}{x_2 - x_1}\,(y_2 - y_1);$$

b) applicare questa formula per completare la tabella

x	$y = x^2$
$x_1 = 92$	$y_1 = 8.464$
$\bar{x} = 92{,}3$	$y = \ldots\ldots$
$x_2 = 93$	$y_2 = 8.649$



Data la funzione $y = f(x)$, della quale sono noti i valori per $x = x_1$ e $x = x_2$, nell'interpolazione lineare il valore dell'ordinata di P viene approssimato con il valore dell'ordinata di Q.

[b) Si ottiene $\bar{y} \simeq 8.464 + \frac{0{,}3}{1} \cdot 185 \simeq 8.520$. In realtà è $92{,}3^2 = 8.519{,}29$ e quindi l'approssimazione ottenuta è abbastanza buona]

237. Il programma qui allegato, steso in linguaggio BASIC, dà per tabulazione alcuni valori di una funzione $y = f(x)$, e precisamente della retta $y = 4x + 3$ (istruzione 310). Dà poi anche la tabulazione della funzione $y = f(x + k)$, $y = f(kx)$, $y = f(x) + k$, $y = kf(x)$, per un valore di k scelto a piacere (i valori stampati corrispondono a $k = -2$).
Si rappresentino graficametne le 5 funzioni tabulate, si confrontino i loro diagrammi e si facciano le oppurtune osservazioni sul come influisce k nei vari casi.
Se si dispone di un calcolatore si ripeta la prova con altri k, ed eventualmente con altre rette (occorre in tal caso cambiare il contenuto dell'istruzione 310).
N.B. Le istruzioni "PRINT" ed "LPRINT" corrispondono rispettivamente ai comandi "scrivi su video" e "scrivi su stampante".

```
10 CLS
20 INPUT"Immettere il valore di K";K
30 INPUT"Xmin=";XI
40 INPUT"Quanti valori";V
50 INPUT"Passo";P:XS=XI+P*(V-1)
60 PRINT
70  LPRINT " X" TAB(14) "f(X)" TAB(28) "f(X+K)" TAB(42) "f(K*X)" TAB(56) "f(X)+K
" TAB(70) "K*f(X)"
80 LPRINT:LPRINT
90  FOR XC=XI TO XS STEP P
100 X=XC
110 GOSUB 310
120 Y1=Y
130 X=XC+K
140 GOSUB 310
150 Y2=Y
160 X=XC*K
170 GOSUB 310
180 Y3=Y
190 X=XC
200 GOSUB 310
210 Y4=Y+K
220 X=XC
230 GOSUB 310
240 Y5=Y*K
250 LPRINT XC  TAB(14) Y1 TAB(28) Y2 TAB(42) Y3 TAB(56) Y4 TAB(70) Y5
260 LPRINT
270 NEXT XC
280 LPRINT "K = "; K
290 LLIST 310
300 END
310 Y=4*X+3
320 RETURN
```

X	f(X)	f(X+K)	f(K*X)	f(X)+K	K*f(X)
-4	-13	-21	35	-15	26
-3	-9	-17	27	-11	18
-2	-5	-13	19	-7	10
-1	-1	-9	11	-3	2
0	3	-5	3	1	-6
1	7	-1	-5	5	-14
2	11	3	-13	9	-22
3	15	7	-21	13	-30
4	19	11	-29	17	-38

```
K = -2
310 Y=4*X+3
```