ESERCIZI

Segnare su una retta sulla quale è fissato un sistema di ascisse i seguenti punti:

1. $A(-2)$, $B(4)$, $C(7)$, $D\left(-\frac{7}{2}\right)$.

2. $P\left(-\frac{4}{3}\right)$; $B(-8)$; $C\left(\frac{25}{2}\right)$; $Q(-15)$.

3. $A(\sqrt{2})$; $B(1+\sqrt{2})$; $C(1-\sqrt{2})$.

4. $A(2,\bar{4})$, $B(-2,\bar{4})$; $C(4, 5)$.

5. $A(-5+\sqrt{2})$, $B\left(\frac{8}{1-\sqrt{2}}\right)$; $C(-2, 6)$.

Trovare la distanza orientata e quella assoluta tra le seguenti coppie ordinate di punti di una retta:

6. $A(8)$; $B(12)$ $[+4;\ 4]$

7. $A(-2)$; $B(6)$ $[+8;\ 8]$

8. $P(-15)$; $Q(-3)$ $[+12;\ 12]$

9. $P(-2)$; $Q(-18)$ $[-16;\ 16]$

10. $A(1{,}8)$; $B(-3{,}9)$ $[-5{,}7;\ 5{,}7]$

11. $A(1+\sqrt{2})$; $B(2-\sqrt{2})$ $[1-\sqrt{2};\ -1+2\sqrt{2}]$

Trovare i punti medi dei segmenti di una retta aventi i seguenti estremi:

12. $A(4)$; $B(16)$ $[M(10)]$

13. $A(6)$; $B(-6)$ $[M(0)]$

14. $P(-7)$; $Q(12)$ $\left[M\left(\frac{5}{2}\right)\right]$

15. $A\left(-\frac{1}{2}\right)$; $B\left(\frac{3}{2}\right)$ $\left[M\left(\frac{1}{2}\right)\right]$

16. $P\left(-\frac{5}{4}\right)$; $Q\left(\frac{8}{4}\right)$ $\left[M\left(\frac{3}{8}\right)\right]$

17. $A(-5)$; $B\left(\frac{3}{2}\right)$ $\left[M\left(-\frac{7}{4}\right)\right]$

18. $A(1+\sqrt{2})$; $B(-6-\sqrt{2})$ $\left[M\left(-\frac{5}{2}\right)\right]$

19. $P(2+\sqrt{3})$; $Q(6-3\sqrt{3})$ $[M(4-\sqrt{3})]$

Risolvere i seguenti problemi relativi a punti di una retta:

20. Sono dati i punti $A(2)$ e $B(18)$; trovare i tre punti che dividono il segmento AB in quattro parti uguali. [$C(6)$, $D(10)$, $E(14)$]

21. Sono dati i punti $A(-2)$ e $B(13)$; trovare i due punti che dividono il segmento AB in tre parti uguali. [$C(3)$, $D(8)$]

22. Del segmento AB si conoscono l'ascissa del punto A che è 2 e quella del punto medio M che è -5; trovare l'ascissa di B. [-12]

23. Del segmento AB si conoscono l'ascissa del punto A che è -4 e quella del punto medio M che è -1; trovare l'ascissa di B. [2]

24. Dati i punti $A(-2)$, $B(3)$, $C(4)$, $D(-1)$ si segni sull'asse delle ascisse il punto P la cui ascissa è la media aritmetica delle ascisse dei punti dati. [$P(1)$]

25. Come nell'esercizio precedente per i punti $A(-4)$, $B(-1)$, $O(0)$, $C(8)$, $D(10)$. $\left[P\left(\frac{13}{5}\right)\right]$

26. Nel punto $A(2)$ è applicata una forza di intensità $F_1 = 20$ Newton mentre nel punto $B(6)$ è applicata una forza di intensità $F_2 = 30$ Newton, parallela alla prima e di verso concorde. Determinare l'intensità della forza risultante ed il punto in cui il segmento AB è intersecato dalla sua retta di applicazione. Si ricordi che la risultante di due o più forze parallele concordi è una forza ad esse parallela e con esse concorde, avente per intensità la somma delle intensità; la sua retta di applicazione è quella retta che divide il segmento congiungente i punti di applicazione delle forze date in un punto la cui ascissa $\bar{x}$ è la media ponderata delle ascisse dei punti di applicazione di dette forze, essendo le intensità delle stesse i rispettivi pesi; vale cioè la relazione:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot F_1 + x_2 \cdot F_2 + \dots x_n \cdot F_n}{F_1 + F_2 + \dots F_n} = \frac{\sum_1^n {}_i x_i \cdot F_i}{\sum_1^n {}_i F_i}$$

[50 Newton; $\bar{x} = 4{,}4$]

27. Nei tre punti $A(-2)$, $B(4)$, $C(12)$ sono applicate tre forze parallele e concordi aventi rispettivamente le seguenti intensità: $F_1 = 12$ Newton, $F_2 = 4$ Newton, $F_3 = 2$ Newton. Trovare l'intensità della risultante e l'ascissa $\bar{x}$ del punto in cui la sua retta di applicazione incontra la retta dei tre punti A, B, C. (Vedi esercizio precedente). $\left[18 \text{ Newton; } \bar{x} = \frac{8}{9}\right]$

28. Come nell'esercizio precedente per quattro forze parallele e concordi di intensità 12 Newton, 4 Newton, 5 Newton e 18 Newton, applicate rispettivamente nei quattro punti allineati $A(-5)$, $B(-2)$, $O(0)$, $C(8)$. $\left[39 \text{ Newton, } \bar{x} = \frac{76}{39}\right]$

29. Nei punti $A_1(-4)$ e $A_2(8)$ sono concentrate le masse $m_1 = 2$ kg e $m_2 = 3$ kg; determinare il baricentro di queste masse. Si ricordi che il baricentro di due o più masse concentrate in altrettanti punti allineati è il punto la cui ascissa $\bar{x}$ è la media ponderata delle ascisse dei singoli punti, essendo le masse ivi concentrate i rispettivi pesi; vale cioè la relazione:

$$\bar{x} = \frac{x_1 \cdot m_1 + x_2 \cdot m_2 + \dots x_n \cdot m_n}{m_1 + m_2 + \dots m_n} = \frac{\sum_1^n {}_i x_i \cdot m_i}{\sum_1^n {}_i m_i}.$$

[$\bar{x} = 3{,}2$]

30. Come nell'esercizio precedente per le masse $m_1 = 1$ kg, $m_2 = 4$ kg, $m_3 = 5$ kg concentrate rispettivamente nei punti $A_1(-6)$, $A_2(0)$, $A_3(2)$ (vedi esercizio precedente). [$\bar{x} = 0{,}4$]

31. Nei punti $A(-6)$ e $B(4)$ sono concentrate le due masse $m_1 = 4$ kg e $m_2 = 8$ kg; quale massa si dovrà concentrare nel punto $C(-2)$ affinché il baricentro delle tre masse sia nell'origine delle ascisse? (vedi es. n. 29). [$m_3 = 4$ kg]

32. Nei punti $A(-8)$, $B(-6)$ e $C(-2)$ sono concentrate tre masse uguali di 1 kg; quale massa si dovrà concentrare in $D(4)$ affinché il baricentro delle quattro masse sia nel punto $G(2)$? (Vedi. es. n. 29). [$m = 11$ kg]

33. Nei punti $A(-5)$ e $B(2)$ sono concentrate le masse $m_1 = 2$ kg e $m_2 = 3$ kg. In quale punto si dovrà concentrare una massa $m_3 = 12$ kg affinché il baricentro delle tre masse coincida con l'origine delle ascisse? (Vedi es. n. 29). $\left[C\left(\frac{1}{3}\right)\right]$

34. Nei punti $A(-4)$ e $B(-2)$ sono applicate due forze parallele e concordi, rispettivamente di intensità $F_1 = 2$ Newton e $F_2 = 3$ Newton; quale forza parallela alle precedenti e con essa concorde si dovrà applicare nel punto $C(6)$ affinché la risultante delle tre forze intersechi l'asse delle ascisse nel punto di ascissa 2? (Vedi es. n. 26). [$F_3 = 6$ Newton]

Segnare nel piano cartesiano i seguenti punti:

35. $A(2; 4)$; $B(5; -2)$; $C(-3; 1)$; $D(0; 5)$.

36. $A(-2; 0)$; $B(-2; -3)$; $C(0; -4)$; $D(8; 1)$.

37. $M\left(-\frac{1}{2}; 4\right)$; $N\left(2; -\frac{3}{2}\right)$; $P\left(-\frac{5}{4}; 0\right)$; $Q\left(0; -\frac{5}{2}\right)$.

38. $A\left(-3; -\frac{7}{2}\right)$; $B(-4; 1{,}5)$; $C(-2{,}5; 0)$; $D(1{,}4; -2{,}8)$.

Trovare la distanza assoluta dei seguenti punti dall'origine degli assi cartesiani:

39. $A(4; 3)$; $B(5; 7)$ [$5; \sqrt{74}$]

40. $A(-8; 15)$; $B(-1; 0)$ [17; 1]

41. $A(0; 5)$; $B(-7; 0)$; $C(2; -5)$.

42. $P\left(-\frac{1}{2}; 0\right)$; $Q(-5; -2)$; $R\left(\frac{5}{2}; -3\right)$.

Trovare la distanza assoluta tra le seguenti coppie di punti:

43. $A(1; 2)$; $B(2; 5)$ [$\sqrt{10}$]

44. $A(-2; 3)$; $B(4; -5)$ [10]

45. $A(4; 0)$; $B(-2; 5)$ [$\sqrt{61}$]

46. $A(5; 2)$; $B(-3; 2)$ [8]

47. $A(-3;\ 4)$; $B(-9;\ 4)$ [6]

48. $A(0;\ -3)$; $B(0;\ 7)$ [10]

49. $A(-2;\ 4)$; $B(8;\ 1)$.

50. $A(-4;\ -1)$; $B(2;\ -5)$.

51. $A(0;\ -1)$; $B(5;\ 0)$.

52. $A\left(4;\ \frac{1}{2}\right)$; $B\left(-\frac{1}{2};\ 2\right)$.

53. $A(-7;\ 1)$; $B\left(-\frac{1}{3};\ -1\right)$.

54. $A\left(-\frac{2}{3};\ 1\right)$; $B\left(-\frac{1}{2};\ 1\right)$.

Trovare il perimetro dei triangoli aventi i seguenti vertici:

55. $A(4;\ 2)$; ~~C~~ B $(-2;\ 2)$; $C(1;\ 4)$ $[6+2\sqrt{13}]$

56. $A(-1;\ 2)$; $B(3;\ -1)$; $C(3;\ 4)$ $[10+2\sqrt{5}]$

57. $O(0;\ 0)$; $A(4;\ -2)$; $B(8;\ 2)$ $[2(2\sqrt{2}+\sqrt{5}+\sqrt{17})]$

58. $O(0,\ 0)$; $A(4;\ 3)$; $B(3;\ -4)$ $[5(2+\sqrt{2})]$

59. $A(2;\ 0)$; $B(8;\ 0)$; $C(5;\ -4)$ [16]

Trovare le coordinate dei punti medi dei segmenti aventi i seguenti estremi:

60. $A(4;\ 5)$; $B(2;\ 7)$ $[M(3;\ 6)]$

61. $A(-2;\ 6)$; $B(4;\ 8)$ $[M(1;\ 7)]$

62. $A(6;\ -1)$; $B(3;\ 1)$ $\left[M\left(\frac{9}{2};\ 0\right)\right]$

63. $A(-6;\ 0)$; $B(4;\ -3)$ $\left[M\left(-1;\ -\frac{3}{2}\right)\right]$

64. $A(2;\ -8)$; $B(-2;\ -4)$ $[M(0;\ -6)]$

65. $A(0;\ 12)$; $B(-4;\ 0)$ $[M(-2;\ 6)]$

66. $A\left(\frac{1}{2};\ 4\right)$; $B(-2;\ 1)$ $\left[M\left(-\frac{3}{4};\ \frac{5}{2}\right)\right]$

Risolvere i seguenti problemi:

67. Un triangolo ha per vertici i punti $A(1;\ 0)$, $B(4;\ 4)$ e $C(8;\ 0)$. Trovare le misure del suo perimetro e delle sue mediane. $\left[4(3+\sqrt{2});\ \sqrt{29},\ \frac{\sqrt{65}}{2},\ \frac{\sqrt{137}}{2}\right]$

68. Un quadrilatero ha per vertici i punti $A(5;\ 2)$, $B(7;\ 7)$, $C(2;\ 5)$ e $O(0;\ 0)$; verificare che è un rombo e trovare le misure del perimetro e dell'area. $[4\sqrt{29};\ 21]$

69. Un triangolo ha per vertici i punti $O(0;\ 0)$, $A(3;\ 4)$ e $B(7;\ 1)$. Verificare che è rettangolo ed isoscele; trovare quindi le misure del perimetro, dell'area e delle mediane. $\left[5(2+\sqrt{2});\ 12{,}5;\ \frac{5\sqrt{5}}{2},\ \frac{5\sqrt{5}}{2},\ \frac{5\sqrt{2}}{2}\right]$

70. Un triangolo ha per vertici i punti $A\,(2;\,2)$, $B\,(5;\,6)$ e $C\,(13;\,0)$. Verificare che è rettangolo e trovare le misure del perimetro e dell'area. $[5(3+\sqrt{5});\quad 25]$

71. Trovare le misure del perimetro e dell'area del triangolo di vertici $A\,(0;\,4)$, $B\,(21;\,4)$, $C\,(6;\,12)$. $[48;\ 84]$

72. Trovare le misure del perimetro e dell'area del triangolo di vertici $A\,(-10;\,0)$, $B\,(-10;\,6)$, $C\,(14;\,24)$. $[12(3+2\sqrt{2});\ 72]$

73. Dati i punti $A\,(-6;\,0)$ e $B\,(24;\,0)$, determinare un punto C del semiasse positivo delle ordinate, in modo che il triangolo ABC risulti rettangolo in C. $[C\,(0;\,12)]$

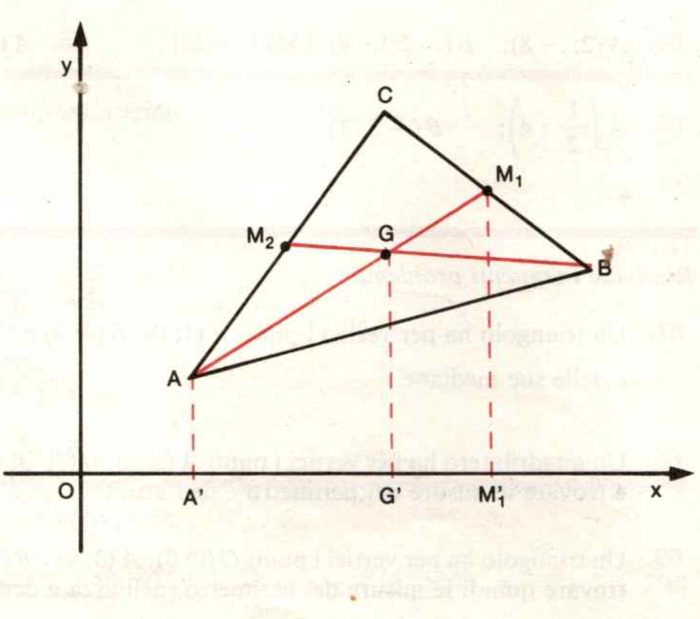
74. Dati i punti $A\,(-3;\,10)$ e $B\,(-3;\,-6)$, determinare un punto C del primo quadrante, in modo che il triangolo ABC risulti isoscele sulla base AB ed il suo perimetro misuri 50. $[C\,(12;\,2)]$

75. Dopo aver verificato che il quadrilatero di vertici $A\,(-4;\,0)$, $B\,(0;\,4)$, $C\,(0;\,8)$, $D\,(-8;\,0)$ è un trapezio isoscele, calcolare le misure del suo perimetro e della sua area (verificare su di un foglio quadrettato il valore ottenuto per l'area). $[4(2+3\sqrt{2});\ 24]$

76. Un triangolo ha per vertici i punti $O\,(0;\,0)$, $A\,(4;\,3)$ e $B\,(2;\,-3)$. Trovare le lunghezze delle sue mediane e le coordinate del baricentro. $\left[3,\ \dfrac{9}{2},\ \dfrac{3\sqrt{13}}{2};\ (2,\ 0)\right]$

77. Dato il triangolo di vertici $A\,(x_1;\,y_1)$, $B\,(x_2;\,y_2)$, $C\,(x_3;\,y_3)$, dimostrare che le coordinate del suo baricentro sono rispettivamente $\dfrac{x_1+x_2+x_3}{3}$ e $\dfrac{y_1+y_2+y_3}{3}$; dimostrare cioè che le coordinate del baricentro di un triangolo sono la media aritmetica delle omologhe coordinate dei tre vertici.

Allo scopo si consideri la figura, nella quale è rappresentato il triangolo ABC. $M_1\left(\dfrac{x_2+x_3}{2};\ \dfrac{y_2+y_3}{2}\right)$ ed $M_2\left(\dfrac{x_1+x_3}{2};\ \dfrac{y_1+y_3}{2}\right)$ sono i punti medi rispettivamente dei lati BC e AC; AM_1 e BM_2 sono due mediane; G è il baricentro.



A', G', M_1' sono le proiezioni ortogonali di A, G, M_1 sull'asse x. Per una nota proprietà del baricentro di un triangolo è $AG = 2\,GM_1$ e quindi anche $A'G' = 2\,G'M_1'$. Ne consegue che

$$x_G = x_{G'} = x_1 + \frac{2}{3}(x_{M_1} - x_1) =$$

$$= x_1 + \frac{2}{3}\left(\frac{x_2+x_3}{2} - x_1\right) = \ldots$$

78. Trovare le coordinate del baricentro del triangolo di vertici $A(5, 2)$, $B(4; -1)$, $C(0; -3)$. (Vedi es. n. 77). $\left[\left(3; -\frac{2}{3}\right)\right]$

79. Trovare le coordinate del baricentro del triangolo di vertici $A(-3; 4)$, $B(-1; -3)$, $C(1; 5)$; verificare poi che il baricentro divide ogni mediana in due parti delle quali quella che contiene il vertice è doppia dell'altra. (Vedi es. n. 77) $[(-1; 2)]$

80. Dato il triangolo di vertici $A(-2; 0)$, $B(2; 6)$, $C(6; -10)$ verificare che il segmento che congiunge i punti medi di due dei suoi lati è uguale alla metà del terzo lato.

81. Verificare che il quadrilatero di vertici $A(4; 2)$, $B(10; 8)$, $C(12; 1)$, $D(6, -5)$ è un parallelogrammo.

82. Dato il quadrilatero di vertici $A(-3; 3)$, $B(0; 9)$, $C(7; 7)$, $D(11; 0)$ verificare che congiungendo i punti medi dei suoi lati si ottiene un parallelogrammo.

83. Dato il triangolo di vertici $O(0; 0)$, $A(5; 3)$ e $B(-6; 10)$ determinare le lunghezze dei suoi lati e verificare che è rettangolo. Verificare inoltre che la mediana relativa all'ipotenusa è uguale alla metà dell'ipotenusa stessa.

84. Un segmento ha un estremo nel punto $A(6; 2)$; sapendo che il suo punto medio è $H(-1; 5)$ determinare il secondo estremo B. $[B(-8; 8)]$

85. Un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, ha per vertici i puni $A(2; 2)$, $B(7; 4)$ mentre C appartiene all'asse delle ordinate. Trovare le coordinate di C. (Si tenga presente che deve essere $|\overline{CA}| = |\overline{CB}|$). $\left[C\left(0; \frac{57}{4}\right)\right]$

86. Un triangolo rettangolo ha per ipotenusa il segmento di estremi $O(0; 0)$ e $A(10; 0)$ mentre il terzo vertice B ha ascissa 2; determinare l'ordinata di B. $[\pm 4]$

87. Un triangolo ABC, isoscele sulla base AB, ha per vertici i punti $A(2; 0)$, $B(6; 2)$ mentre C ha ordinata 8; trovare l'ascissa di C. $\left[\frac{1}{2}\right]$

88. Un triangolo rettangolo ha per ipotenusa il segmento di estremi $A(2; 0)$ e $B(12; 0)$. Sapendo che la sua area misura 15 trovare le coordinate del terzo vertice C. $[C(3; \pm 3),\ C(11; \pm 3)]$

89. Verificare che il quadrilatero di vertici $O(0; 0)$, $A(0; 5)$, $B(4; 8)$ e $(10; 0)$ è circoscrivibile ad un cerchio.

90. Verificare che congiungendo i punti medi dei lati del quadrilatero di vertici $A(-2; 1)$, $B(-2; 4)$, $C(2; 9)$, $D(4; 1)$ si ottiene un rettangolo.

91. Un triangolo ABC è isoscele sulla base AB ed H è il piede dell'altezza condotta da C. Sapendo che $A(2; 0)$, $H(5; 4)$ e che l'ascissa di C è 12, trovare le coordinate di B e di C. $[B(8; 8);\ C(12; -5/4)]$

92. Un triangolo ABC è isoscele sulla base AB. Sapendo che $A(0; 4)$, $C(46/5; 0)$ e B giace sulla semiretta bisettrice del primo quadrante, determinare le coordinate di B. [$B(10; 10)$]

93. Dato il triangolo di vertici $A(1; 2)$, $B(6; 3)$, $C(3; 8)$, trovare le coordinate dei vertici dei triangoli $A'B'C'$ e $A''B''C''$, rispettivamente simmetrici del triangolo dato ABC rispetto all'asse x e all'asse y. Disegnare il triangolo dato ed i suoi due simmetrici.
[$A'(1; -2)$, $B'(6; -3)$, $C'(3; -8)$; $A''(-1; 2)$, $B''(-6; 3)$, $C''(-3; 8)$]

94. Come nell'esercizio precedente, per il quadrilatero di vertici $A(-2; 3)$, $B(4; 3)$, $C(10; 6)$, $D(4; 10)$ e per i suoi simmetrici $A'B'C'D'$ e $A''B''C''D''$ rispetto all'asse x e all'asse y.
[$A'(-2; -3)$, $B'(4; -3)$, $C'(10; -6)$, $D'(4; -10)$; $A''(2; 3)$, $B''(-4; 3)$, $C''(-10; 6)$, $D''(-4; 10)$]

95. Dato il triangolo di vertici $A(3; 0)$, $B(4; 5)$, $C(-2; 2)$, trovare le coordinate dei vertici del triangolo $A'B'C'$, simmetrico del triangolo dato ABC rispetto all'origine O del sistema di riferimento. Disegnare il triangolo dato ed il suo simmetrico. [$A'(-3; 0)$, $B'(-4; -5)$, $C'(2; -2)$]

96. Dati i punti $A(1; 3)$ e $B(6; 8)$, determinare sull'asse delle ordinate un punto C in modo che il triangolo ABC risulti rettangolo in C. [$C(0; 6)$ oppure $C(0; 5)$]

97. Dati i punti $A(4; 3)$ e $B(8; 11)$, determinare sull'asse delle ordinate un punto C in modo che il triangolo ABC risulti rettangolo in A. [$C(0; 5)$]

98. Dati in un sistema di riferimento cartesiano ortogonale i punti $A(3; 5)$, $B(4; -2)$, $C(-2; -3)$, $D\left(0; \frac{1}{2}\right)$, trovare le coordinate degli stessi punti rispetto ad un nuovo sistema di riferimento, traslato rispetto al primo ed avente l'origine nel punto $O'(3; 7)$.
$\left[A(0; -2); B(1; -9); C(-5; -10); D\left(-3; -\frac{13}{2}\right)\right]$

99. Come nell'esercizio precedente per i punti $A(0, -2)$, $B(1; -5)$, $C(2; 17)$, $D(-4; 0)$, essendo $O'(-2; 4)$ l'origine del nuovo sistema di riferimento. Verificare sul disegno i risultati ottenuti.

100. Un triangolo ha per vertici i punti $A(2; 4)$, $B(6; -1)$, $C(2; 0)$; trovare le misure dei suoi lati. Trovare poi le coordinate dei vertici del triangolo rispetto ad un nuovo sistema di riferimento traslato rispetto al primo e avente l'origine nel punto $O'(0; 4)$ e verificare che le misure dei lati del triangolo, calcolate mediante le nuove coordinate, coincidono con quelle precedentemente determinate.

101. Nei punti $A_1(2; 3)$ e $A_2(6; -1)$ sono concentrate le due masse $m_1 = 6$ kg e $m_2 = 4$ kg. Trovare il baricentro G delle dette masse (vale quanto detto all'esercizio n. 29, sia per l'ascissa che per l'ordinata del baricentro). [$G(3{,}6; 1{,}4)$]

102. Come nell'esercizio precedente per le masse $m_1 = 2$ kg, $m_2 = 12$ kg, $m_3 = 8$ kg concentrate rispettivamente nei punti $A_1(0; 4)$, $A_2(-6; 0)$, $A_3(1; 1)$. $\left[G\left(-\frac{32}{11}; \frac{8}{11}\right)\right]$

103. Nel punto $A(2; 4)$ è concentrata una massa $m_1 = 6$ kg; in quale punto dovremo porre una seconda massa $m_2 = 10$ kg affinché il baricentro delle due masse sia l'origine del sistema di riferimento? [$B(-1{,}2; -2{,}4)$]

Esercizi relativi alla rappresentazione grafica di funzioni:

104. Rappresentare graficamente nel piano cartesiano la funzione empirica riportata nella seguente tabella nella quale sono indicate le temperature minime delle varie giornate del mese di gennaio di un dato anno:

giorno	temperatura minima in gradi centigradi
1	+ 2
2	+ 1
3	0
4	+ 1
5	+ 1
6	− 1
7	− 2
8	− 3
9	− 2
10	− 3
11	− 4
12	− 2
13	− 2
14	− 1
15	0
16	+ 1

giorno	temperatura minima in gradi centigradi
17	+ 2
18	+ 1
19	0
20	− 1
21	− 3
22	− 3
23	− 4
24	− 5
25	− 6
26	− 4
27	− 5
28	− 5
29	− 7
30	− 8
31	− 7

105. Vengono misurate le altezze di 35 allievi di una classe ottenendo i seguenti risultati:

altezza in centimetri	155	156	157	158	159	160	161	162	163	164	165	166
frequenza = numero allievi di determinata altezza	1	2	4	5	6	6	4	3	2	1	0	1

Rappresentare graficamente in un piano cartesiano la frequenza in funzione dell'altezza degli allievi.

106. Nella seguente tabella sono riportate le variazioni in % dell'andamento della produzione industriale, calcolate rispetto all'anno precedente, di una nazione europea; rappresentare graficamente in un piano cartesiano questa funzione empirica.

anno	1967	1968	1969	1970	1971
variazione in % dell'andamento della produzione	+ 8,2	+ 6,4	+ 3,9	+ 2,5	− 2,7

107. Rappresentare per punti nel piano cartesiano la funzione $y = x^3 + 2x - 1$ nell'intervallo $-4 \leqslant x \leqslant 6$.

108. Rappresentare per punti nel piano cartesiano la funzione $y = -x^4 + 2x^2 + 1$ nell'intervallo $-4 \leqslant x \leqslant 4$.

109. Rappresentare per punti nel piano cartesiano la funzione $y = \sqrt{x^2 + 1}$, dopo aver determinato il suo campo di definizione.

110. Per quali valori della variabile x è definita la funzione $y = \sqrt{16 - x^2}$? Rappresentarla per punti nel suo campo di definizione.

111. Per quali valori della variabile x è definita la funzione $y = \log_3 x$? Determinare i valori assunti dalla variabile y per x uguale a $\frac{1}{81}$, $\frac{1}{27}$, $\frac{1}{9}$, $\frac{1}{3}$, 1, 3, 9, 27, 81; rappresentare quindi la funzione per punti nel piano cartesiano e dedurre il valore approssimato di $\log_3 15$.

112. Rappresentare graficamente per punti la funzione $y = 3^x$ e dedurre dal grafico le soluzioni approssimate delle seguenti equazioni esponenziali:

$$3^x = 5, \qquad 3^x = 16, \qquad 3^x = 25.$$

(Usare la carta millimetrata).