

# Interpretazione grafica delle disequazioni di II grado

(12 casi di studio)



Una disequazione di II grado si può presentare in una delle seguenti forme:

- $ax^2 + bx + c \geq 0$
- $ax^2 + bx + c \leq 0$
- $ax^2 + bx + c > 0$
- $ax^2 + bx + c < 0$

Risolvere una disequazione dal punto di vista grafico significa studiare il segno della parabola ossia controllare quando la parabola :

- sta sopra l'asse delle ascisse ( caso  $> 0$  )
- sta sotto l'asse delle ascisse ( caso  $< 0$  )

Lo studio delle disequazioni di II grado dipende:

1. dal segno della disequazione:

- $ax^2 + bx + c > 0$

- $ax^2 + bx + c \geq 0$

- $ax^2 + bx + c < 0$

- $ax^2 + bx + c \leq 0$

—————> sopra l'asse delle x

—————> sotto l'asse delle x

2. dal segno del coefficiente del termine di II grado

- $a > 0$  —————> concavità verso l'alto

- $a < 0$  —————> concavità verso il basso

3. dal valore assunto dal discriminante

- $\Delta > 0$  —————> Intersezione in due punti distinti

- $\Delta = 0$  —————> Intersezione in 2 punti sovrapposti

- $\Delta < 0$  —————> Nessuna intersezione

Ricordando che moltiplicare primo e secondo membro di una disequazione per un numero negativo equivale a cambiare il verso e il segno di tutti i termini, possiamo ricondurre i casi con  $a < 0$  ai corrispondenti casi  $a > 0$

esempio:  $-x^2 - 2x + 3 > 0$  è equivalente a  $x^2 + 2x - 3 < 0$

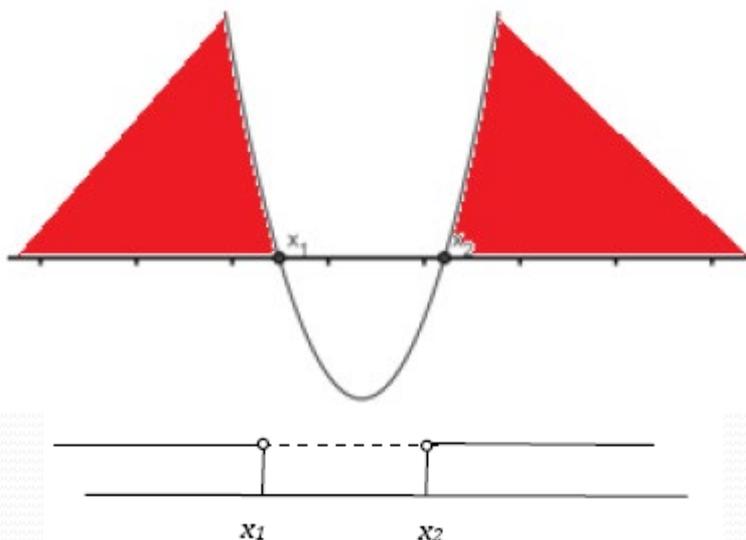
Pertanto i casi di studio saranno in numero di 12

1° caso:

$$ax^2 + bx + c > 0 \quad a > 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac > 0$$

La parabola ha concavità verso l'alto ( $a > 0$ ) ed interseca l'asse delle ascisse in due punti distinti  $x_1$  e  $x_2$  ( $\Delta > 0$ ).

*Dobbiamo trovare per quali valori di  $x$  la parabola sta sopra l'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c > 0$ )*



La parabola sta sopra l'asse  $x$  per valori esterni alle 2 soluzioni.

$$x < x_1 \quad , \quad x > x_2$$

$$x \in ]-\infty, x_1[ \cup ]x_2, +\infty[$$

**N.B. I valori  $x_1$  e  $x_2$  sono esclusi dalle soluzioni**

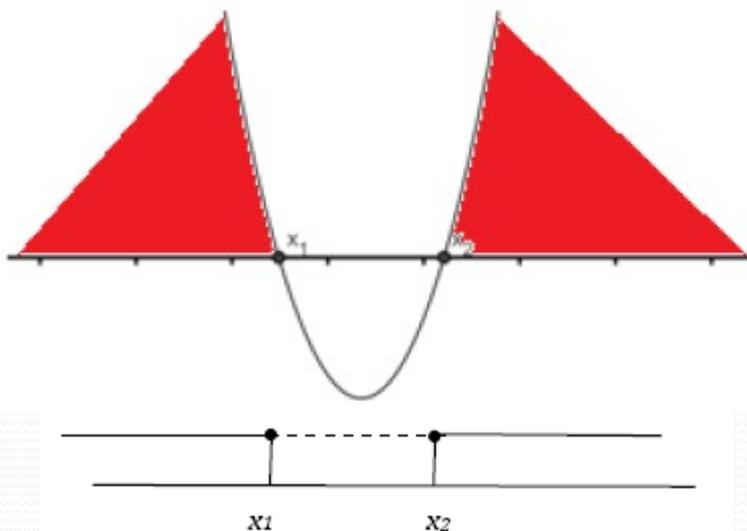
2° caso:

$$ax^2 + bx + c \geq 0 \quad a > 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac > 0$$

La parabola ha concavità verso l'alto ( $a > 0$ ) ed interseca l'asse delle ascisse in due punti distinti  $x_1$  e  $x_2$  ( $\Delta > 0$ ).

*Dobbiamo trovare per quali valori di  $x$  la parabola:*

- sta al di sopra dell'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c > 0$ )*
- interseca l'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c = 0$ )*



La parabola sta sopra l'asse  $x$  per valori esterni alle 2 soluzioni ed interseca l'asse  $x$  nei punti  $x_1$  e  $x_2$

$$x \leq x_1 \quad , \quad x \geq x_2$$

$$x \in ]-\infty, x_1] \cup [x_2, +\infty[$$

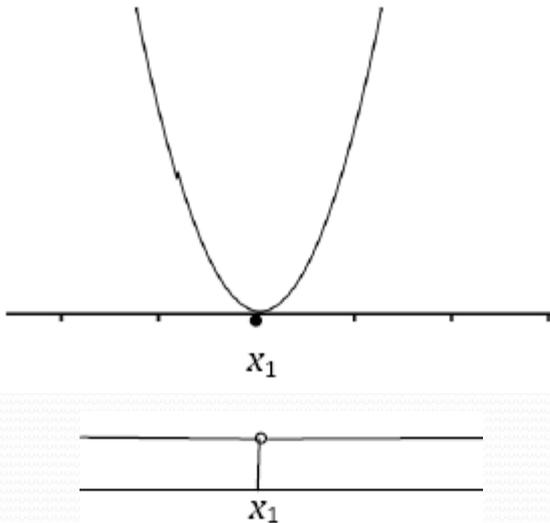
**N.B.** I valori  $x_1$  e  $x_2$  sono compresi nelle soluzioni

3° caso:

$$ax^2 + bx + c > 0 \quad a > 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 0$$

La parabola ha concavità verso l'alto ( $a > 0$ ) ed "tocca" l'asse delle ascisse in due punti distinti sovrapposti  $x_1 \equiv x_2$  ( $\Delta = 0$ ).

*Dobbiamo trovare per quali valori di  $x$  la parabola sta sopra l'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c > 0$ )*



La parabola sta sempre sopra l'asse  $x$  ad eccezione del punto di contatto  $x = x_1$

$$\forall x \in \mathbb{R} - x_1$$

$$x \in ]-\infty, x_1[ \cup ]x_1, +\infty[$$

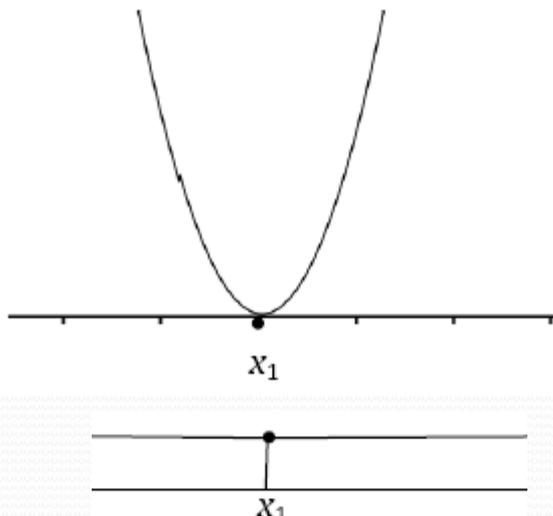
4° caso:

$$ax^2 + bx + c \geq 0 \quad a > 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 0$$

La parabola ha concavità verso l'alto ( $a > 0$ ) ed interseca l'asse delle ascisse in due punti sovrapposti  $x_1 \equiv x_2$  ( $\Delta = 0$ ).

*Dobbiamo trovare per quali valori di  $x$  la parabola:*

- *sta al di sopra dell'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c > 0$ )*
- *interseca l'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c = 0$ )*



La parabola sta sempre sopra l'asse  $x$  ad eccezione di  $x = x_1$  e tocca l'asse  $x$  proprio in  $x = x_1$

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

$$x \in ]-\infty, +\infty[$$

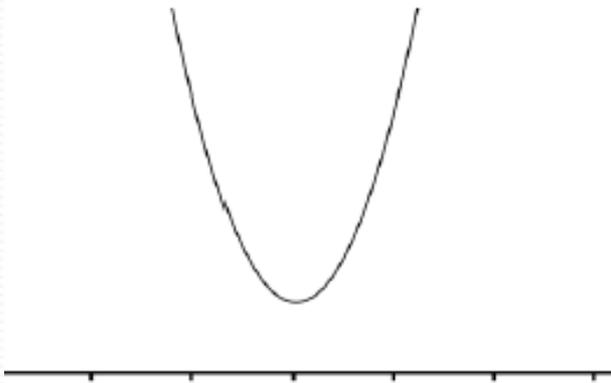
5° caso:

$$ax^2 + bx + c > 0$$

$$a > 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac < 0$$

La parabola ha concavità verso l'alto ( $a > 0$ ) e non interseca l'asse delle ascisse ( $\Delta < 0$ ).

*Dobbiamo trovare per quali valori di  $x$  la parabola sta sopra l'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c > 0$ )*



**La parabola sta sempre sopra l'asse  $x$**

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

$$x \in ]-\infty, +\infty[$$

6° caso:

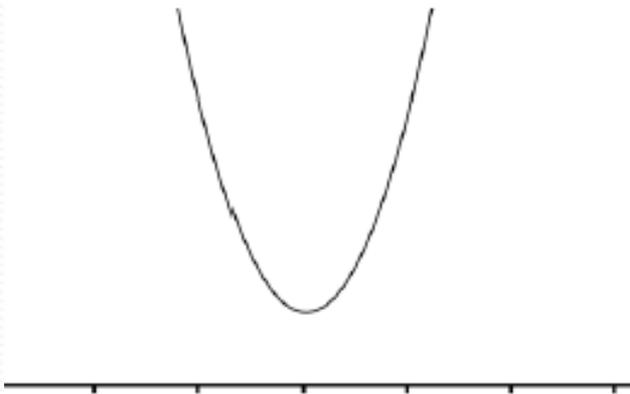
$$ax^2 + bx + c \geq 0$$

$$a > 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac < 0$$

La parabola ha concavità verso l'alto ( $a > 0$ ) e non interseca l'asse delle ascisse ( $\Delta < 0$ ).

*Dobbiamo trovare per quali valori di  $x$  la parabola sta:*

- *sopra l'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c > 0$ )*
- *interseca l'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c = 0$ )*



La parabola sta sempre sopra l'asse  $x$

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

$$x \in ]-\infty, +\infty[$$

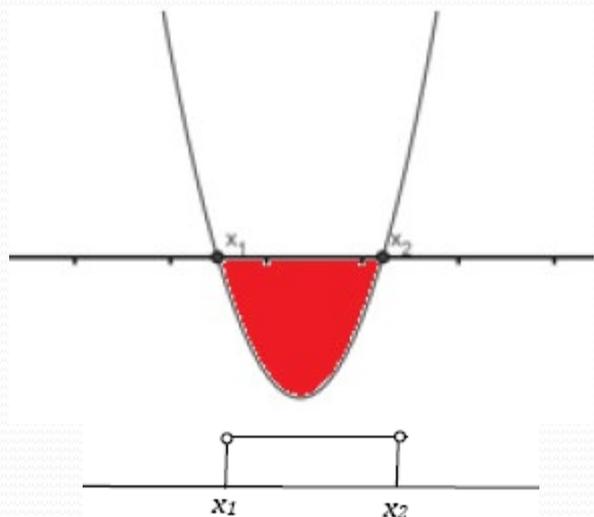
7° caso:

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$a > 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac > 0$$

La parabola ha concavità verso l'alto ( $a > 0$ ) ed interseca l'asse delle ascisse in due punti distinti  $x_1$  e  $x_2$  ( $\Delta > 0$ ).

*Dobbiamo trovare per quali valori di  $x$  la parabola sta sotto l'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c < 0$ )*



La parabola sta sotto l'asse  $x$  per valori interni alle 2 soluzioni.

$$x_1 < x < x_2$$

$$x \in ]x_1, x_2[$$

**N.B.** I valori  $x_1$  e  $x_2$  sono esclusi dalle soluzioni

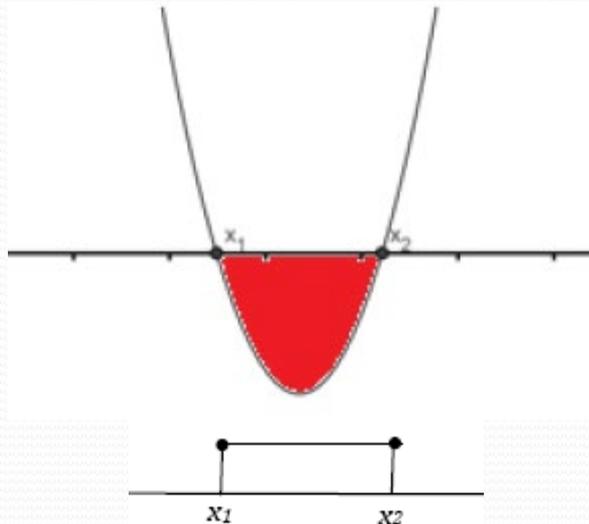
8° caso:

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

$$a > 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac > 0$$

La parabola ha concavità verso l'alto ( $a > 0$ ) ed interseca l'asse delle ascisse in due punti distinti  $x_1$  e  $x_2$  ( $\Delta > 0$ ).

*Dobbiamo trovare per quali valori di  $x$  la parabola sta sotto l'asse  $x$  ( $ax^2 + bx + c < 0$ ), oppure interseca l'asse  $x$  ( $ax^2 + bx + c = 0$ )*



La parabola sta sotto l'asse  $x$  per valori interni alle 2 soluzioni ed interseca l'asse  $x$  nei punti  $x = x_1$  e  $x = x_2$

$$x_1 \leq x \leq x_2$$

$$x \in [x_1, x_2]$$

**N.B.** I valori  $x_1$  e  $x_2$  sono compresi nelle soluzioni

9° caso:

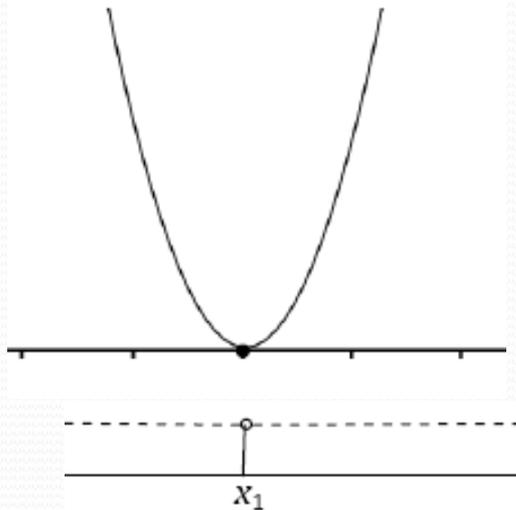
$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$a > 0$$

$$\Delta = b^2 - 4ac = 0$$

La parabola ha concavità verso l'alto ( $a > 0$ ) ed “tocca” l'asse delle ascisse in due punti sovrapposti  $x_1 \equiv x_2$  ( $\Delta = 0$ ).

*Dobbiamo trovare per quali valori di  $x$  la parabola sta sotto l'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c < 0$ )*



La parabola non sta mai sotto l'asse  $x$

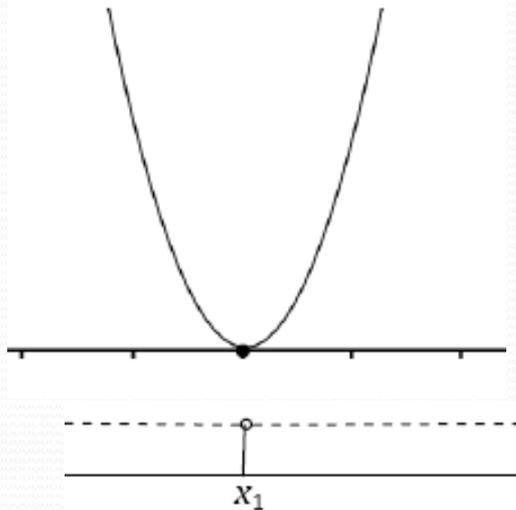
$$\forall x \in \mathbb{R}$$

10° caso:

$$ax^2 + bx + c \leq 0 \quad a > 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac = 0$$

La parabola ha concavità verso l'alto ( $a > 0$ ) ed interseca l'asse delle ascisse in due punti sovrapposti  $x_1 \equiv x_2$  ( $\Delta = 0$ ).

*Dobbiamo trovare per quali valori di  $x$  la parabola sta sotto l'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c < 0$ ), oppure interseca l'asse  $x$  ( $ax^2 + bx + c = 0$ )*



La parabola non sta mai sotto l'asse  $x$ ,  
ma interseca l'asse  $x$  in  $x = x_1 \equiv x_2$

$$x = x_1 \equiv x_2$$

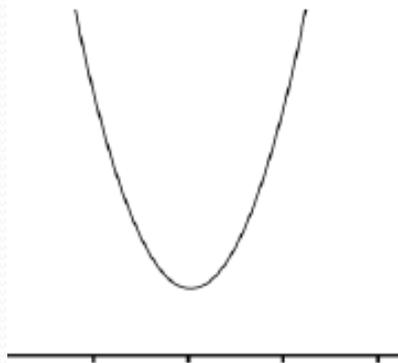
11° caso:

$$ax^2 + bx + c < 0$$

$$a > 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac < 0$$

La parabola ha concavità verso l'alto ( $a > 0$ ) e non interseca l'asse delle ascisse ( $\Delta < 0$ ).

*Dobbiamo trovare per quali valori di  $x$  la parabola sta sotto l'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c < 0$ )*



La parabola non sta mai sotto l'asse  $x$

$$\forall x \in \mathbb{R}$$

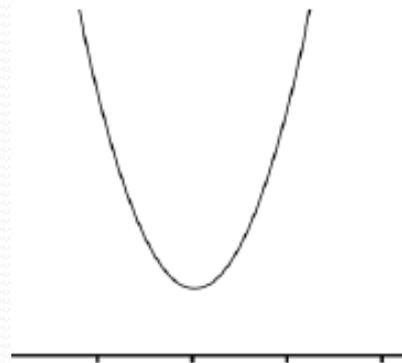
12° caso:

$$ax^2 + bx + c \leq 0$$

$$a > 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac < 0$$

La parabola ha concavità verso l'alto ( $a > 0$ ) e non interseca l'asse delle ascisse ( $\Delta < 0$ ).

*Dobbiamo trovare per quali valori di  $x$  la parabola sta sotto l'asse delle  $x$  ( $ax^2 + bx + c < 0$ ), oppure interseca l'asse  $x$  ( $ax^2 + bx + c = 0$ )*



La parabola non sta mai sotto l'asse  $x$  e non interseca l'asse  $x$

$$\forall x \in R$$