

Classe prima esercizi risolti di geometria

**Teoremi: individuazione di ipotesi e tesi**



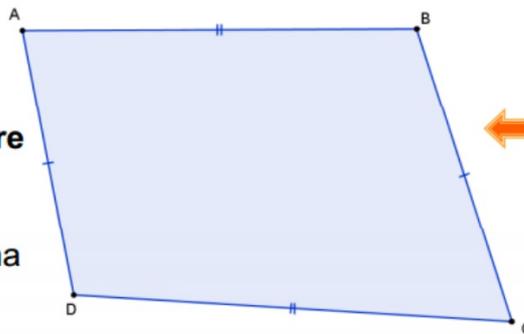
Esercizio

Individua ipotesi e tesi nel seguente teorema:

Se un quadrilatero convesso ha i lati opposti isometrici allora è un parallelogramma.

## Soluzione

Non è importante fare “bene” la figura, l'importante è **indicare** correttamente su essa le **ipotesi** e dare delle **lettere di riferimento**: deve essere un quadrilatero  $ABCD$  convesso e bisogna indicare che i lati opposti sono isometrici.



Realizziamo la figura

Le informazioni poste nel teorema tra le parole “**se**” e “**allora**” sono di solito le **ipotesi**. Si indicano con **HP**.

HP:  $ABCD$  convesso

$$AB \cong CD$$

$$AD \cong BC$$

Le parole dopo “**allora**” ci indicano la **tesi (TH)**.

$$\text{TH: } AB \parallel CD$$

$$AD \parallel BC$$

Individuiamo le ipotesi

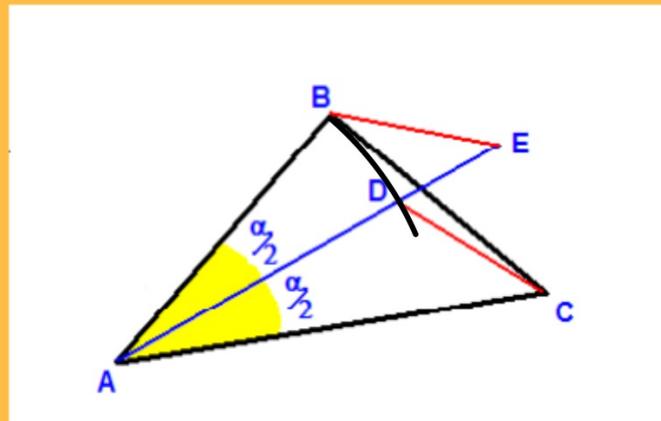
Individuiamo la tesi



### Esercizio

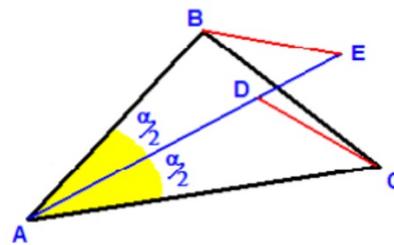
Dopo aver tracciato la retta che dimezza l'angolo  $\alpha$ , su di essa si prenda il segmento  $AD$  uguale al lato  $AB$  e il segmento  $AE$  uguale al lato  $AC$ .

Dimostrare l'uguaglianza dei segmenti  $BE$  e  $DC$ .



## Soluzione

Costruiamo la figura e fissiamo la nostra attenzione sui triangoli di vertici  $ABE$  e  $ADC$ .



Questi due triangoli hanno:

$$AB = AD \text{ (per costruzione)}$$

$$AE = AC \text{ (per costruzione)}$$

$$\hat{BAE} = \hat{DAC} = \alpha/2 \text{ (poiché la semiretta } AE \text{ dimezza l'angolo } \alpha)$$

Per il primo criterio di uguaglianza è possibile affermare che i due triangoli sono uguali.

$$BE = DC$$

Cerchiamo di individuare quali elementi dei due triangoli sono uguali

Stabiliamo il criterio di uguaglianza da applicare

Due triangoli uguali hanno ordinatamente uguali tutti i loro elementi.  
Finito!

## Proprietà dei lati di un triangolo



### Esercizio

Delle seguenti terne di numeri indicare quali possono rappresentare le misure dei lati di un triangolo.

a.  $12 - 16 - 22$

c.  $15 - 14 - 15$

b.  $12 - 9 - 22$

d.  $15 - 4 - 10$

## Soluzione

Per verificare la proprietà dei lati del triangolo è sufficiente controllare che il lato maggiore sia minore della somma degli altri due e che il lato minore sia maggiore della differenza.

$$22 < 12+16=28 \quad \text{e} \quad 12 > 22-16=6$$



Con la terna di numeri  
12 – 16 – 22 si può costruire  
un **triangolo scaleno**

$$22 > 12+9=21 \quad \text{e} \quad 9 < 22-12=10$$



I numeri 9 – 12 – 22 non  
possono essere le misure dei  
lati di un triangolo

$$15 < 14+15=29 \quad \text{e} \quad 14 > 15-15=0$$



Con la terna di numeri  
15 – 14 – 15 si può costruire  
un **triangolo isoscele**

$$15 > 4+10=14 \quad \text{e} \quad 4 < 15-10=5$$



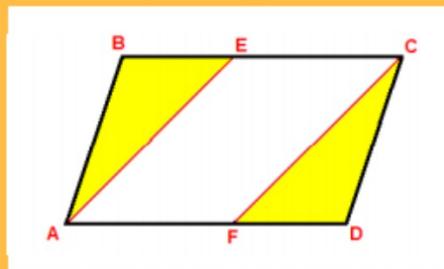
I numeri 4 – 10 – 15 non  
possono essere le misure dei  
lati di un triangolo

## Proprietà dei quadrilateri



### Esercizio

Sui lati  $BC$  e  $AD$  di un parallelogramma si prendano i segmenti  $BE$  e  $FD$  di ugual misura. Congiungendo  $A$  con  $E$  e  $C$  con  $F$  si ottiene un nuovo quadrilatero. E' possibile affermare che anche  $AECF$  è un parallelogramma?



## Soluzione

Per affermare che il quadrilatero  $AECF$  sia un **parallelogramma** verifichiamo, ad esempio, la proprietà dell'uguaglianza dei **lati opposti**.

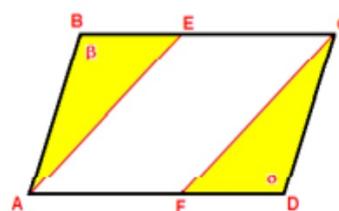


Consideriamo i triangoli  $ABE$  e  $CDF$ . Questi hanno:

- i lati  $AB = CD$  perché lati opposti del parallelogramma  $ABCD$ ;
- i lati  $BE = FD$  per costruzione;
- gli angoli  $\beta = \delta$  perché angoli opposti del parallelogramma  $ABCD$ .

Per il primo criterio di uguaglianza i due triangoli sono uguali e quindi anche i lati  **$AE = CF$**

Inoltre è evidente che  **$AF = EC$**  perché si ottengono come differenza tra segmenti di ugual misura:  $AF = AD - FD$  e  $EC = BC - BE$ .



Individuo due triangoli e ne dimostro l'uguaglianza



Applico il primo criterio di uguaglianza dei triangoli



Dimostro che i lati opposti sono uguali e che quindi si tratta di un parallelogramma

## Proprietà degli angoli



### Esercizio

Si sa che due angoli supplementari sono uno la quinta parte dell'altro.  
Determinare la misura di ciascuno dei due angoli

## Soluzione

Determiniamo la misura dei due angoli analiticamente

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

Se  $\alpha$  e  $\beta$  sono supplementari la loro somma è un angolo piatto.

$$\alpha + \frac{1}{5}\alpha = 180^\circ$$

L'angolo  $\beta$  è un sottomultiplo di  $\alpha$  secondo il numero 5

$$\frac{6}{5}\alpha = 180^\circ$$

Sommando gli angoli al primo membro

$$\alpha = \frac{5}{6} \cdot 180^\circ = 150^\circ \text{ e } \beta = 30^\circ$$

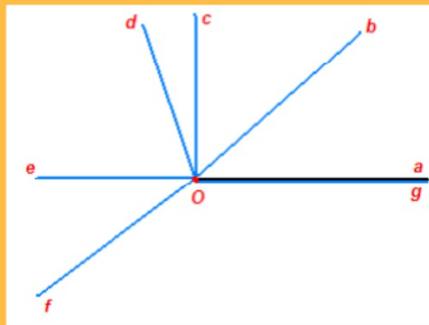
Ricaviamo il valore di  $\alpha$  e  $\beta$ . Finito!

## Classificazione degli angoli



### Esercizio

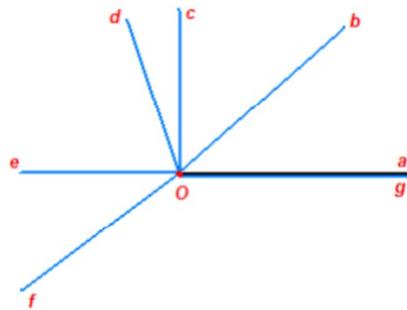
Indicare la semiretta necessaria a formare l'angolo richiesto.



La semiretta a

- 1) con la semiretta \_\_\_ forma un angolo piatto
- 2) con la semiretta \_\_\_ forma un angolo acuto
- 3) con la semiretta \_\_\_ forma un angolo nullo
- 4) con la semiretta \_\_\_ forma un angolo retto

## Soluzione



La semiretta a

1) con la semiretta **e** forma un angolo piatto



Infatti un angolo piatto ha le semirette allineate sulla stessa retta.

2) con la semiretta **b** forma un angolo acuto



Infatti un angolo acuto è minore di un angolo retto.

3) con la semiretta **g** forma un angolo nullo



Infatti un angolo nullo ha le semirette sovrapposte.

4) con la semiretta **c** forma un angolo retto



Infatti un angolo retto è metà angolo piatto.

## Problema

Considerato il triangolo  $ABC$ , sia  $D$  il punto medio del lato  $BC$ . Si traccino i segmenti  $AD$  e  $DE$  di ugual misura e si congiungano  $BE$  e  $EC$ . Di che tipo è il quadrilatero  $ABEC$ ?

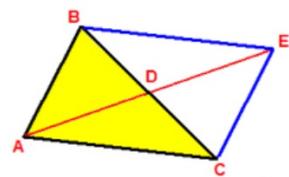


fig. 10

### Esempio di svolgimento:

(1) Una volta costruita la figura secondo le indicazioni del problema, osserviamo che:

- $BD \cong DC$  perché  $D$  è il punto medio di  $BC$ ;
- $AD \cong DE$  per costruzione, quindi  $D$  è il punto medio di  $AE$ .

(2)  $AE$  e  $BC$  sono le **diagonali** del quadrilatero  $ABEC$  e si intersecano nel loro punto medio.

(3) Poiché questa è una proprietà dei parallelogrammi, possiamo affermare che il quadrilatero  $ABEC$  è proprio un **parallelogramma**.

