CAPITOLO

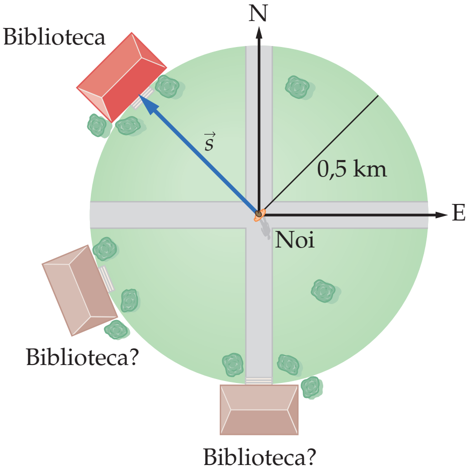
3 I vettori e le forze

Una barca a vela, come lo yacht dell'America's Cup mostrato in figura, è soggetta a varie forze: la forza del vento, la forza peso della barca e del suo equipaggio, le forze di attrito dell'aria e dell'acqua, la forza di galleggiamento. L'abilità dello skipper consiste nello sfruttare al meglio queste forze per condurre la barca al traguardo nel più breve tempo possibile.

Anche se non sempre ce ne accorgiamo, tutti i corpi agiscono continuamente gli uni sugli altri. Queste azioni reciproche, che si esercitano per contatto o a distanza, prendono il nome di **forze**. L'effetto delle forze è di modificare il moto dei corpi. In questo capitolo studieremo le caratteristiche generali delle forze e alcuni importanti esempi (la forza peso, la forza elastica, le forze di attrito). Le forze sono grandezze fisiche vettoriali, caratterizzate oltre che da un'intensità, da una direzione e da un verso. Dovremo quindi dedicare un po' di spazio e di tempo allo studio dei **vettori**, che sono tra gli enti matematici più usati in fisica.

Contenuti

1. Grandezze scalari e vettoriali



▲ **FIGURA 1 Spostamento: distanza, direzione e verso**
Se sappiamo che la biblioteca è a 0,5 km a nord-ovest da noi, conosciamo esattamente la sua posizione. Il vettore $\vec{s}$ rappresenta lo spostamento dalla nostra posizione iniziale alla biblioteca.

Tra le grandezze fisiche ve ne sono alcune che sono espresse solo da un valore numerico, accompagnato da un'unità di misura. Queste grandezze sono dette **scalari**.

Grandezza scalare

Una grandezza scalare è una grandezza fisica espressa da un numero accompagnato da un'unità di misura.

Esempi di grandezze scalari sono la *massa* di un oggetto, il *volume* di un recipiente, la *durata* di un evento, la *densità* di un materiale, la *temperatura* di un corpo.

Talvolta, invece, un numero non è sufficiente a descrivere una grandezza fisica ed è necessario associare a esso anche una direzione. Ad esempio, supponiamo di essere in una città che non conosciamo e di voler andare in biblioteca. Chiediamo a un passante: «Sa dov'è la biblioteca?» Se il passante risponde «Sì, si trova a mezzo kilometro da qui» non ci è di grande aiuto, perché la biblioteca potrebbe essere in qualsiasi punto di una circonferenza di raggio 0,5 km, come mostrato in figura 1. Per conoscere esattamente dove è situata la biblioteca, abbiamo bisogno di una risposta del tipo: "Sì, la biblioteca è a mezzo kilometro a nord-ovest da qui." Conoscendo la distanza e la direzione, sappiamo esattamente dove è situata la biblioteca. Lo *spostamento* dalla nostra posizione iniziale al punto in cui si trova la biblioteca è una grandezza fisica determinata non solo dalla distanza percorsa, ma anche dalla direzione (nord-ovest) e dal verso del movimento. In figura 1 lo spostamento è rappresentato da una freccia che punta nella **direzione** e nel **verso** del moto e la cui lunghezza, che chiameremo **modulo** o **intensità** (0,5 km, in questo caso), rappresenta la distanza in linea d'aria tra la posizione iniziale e la biblioteca. Lo spostamento è un esempio di grandezza vettoriale.

ATTENZIONE

Direzione e *verso* sono due cose diverse: dicendo che un aereo vola lungo la rotta Milano - Roma, indichiamo la direzione del volo; specificando che l'aereo viaggia da Milano verso Roma, indichiamo il verso.

In generale, una grandezza fisica specificata da un modulo, che è un numero non negativo con un'unità di misura, da una direzione e da un verso è detta **grandezza vettoriale**.

Grandezza vettoriale e vettore

Una grandezza vettoriale è una grandezza fisica rappresentata matematicamente da un vettore.

Un vettore è un ente matematico definito da un modulo (che è un numero non negativo), una direzione e un verso.

▲ *L'informazione data da questo segnale indica per ogni città una distanza, una direzione e un verso. In effetti il segnale definisce un vettore spostamento per ognuna delle destinazioni.*

Nell'esempio precedente abbiamo incontrato il vettore *spostamento*. Altre grandezze vettoriali sono, ad esempio, la *velocità* e l'*accelerazione* di un oggetto, e le *forze*, cui è dedicato questo capitolo.

Per rappresentare graficamente un vettore useremo una freccia, come in figura 1. Il simbolo di un vettore sarà una lettera (maiuscola o minuscola) in corsivo con una piccola freccia sopra. La stessa lettera senza freccia indicherà il modulo del vettore. Ad esempio, in figura 1 il vettore spostamento dalla posizione iniziale alla biblioteca è contrassegnato dal simbolo $\vec{s}$ e il suo modulo è $s = 0{,}5$ km.

2. Operazioni con i vettori

Con i vettori è possibile effettuare varie operazioni. Quelle di cui ci occuperemo sono l'addizione e la sottrazione di vettori e la moltiplicazione di un vettore per un numero.

Somma di vettori

Curiosando in una vecchia cassa in soffitta trovi la mappa di un tesoro. La mappa dice che, per localizzare il tesoro, devi partire dall'albero di magnolia che si trova in cortile, fare 5 passi verso nord e poi 3 verso est. Se questi due spostamenti sono rappresentati dai vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$ in figura 2, lo spostamento totale dall'albero al tesoro è dato dal vettore $\vec{C}$. Diciamo che $\vec{C}$ è il **vettore somma** di $\vec{A}$ e $\vec{B}$ e scriviamo:

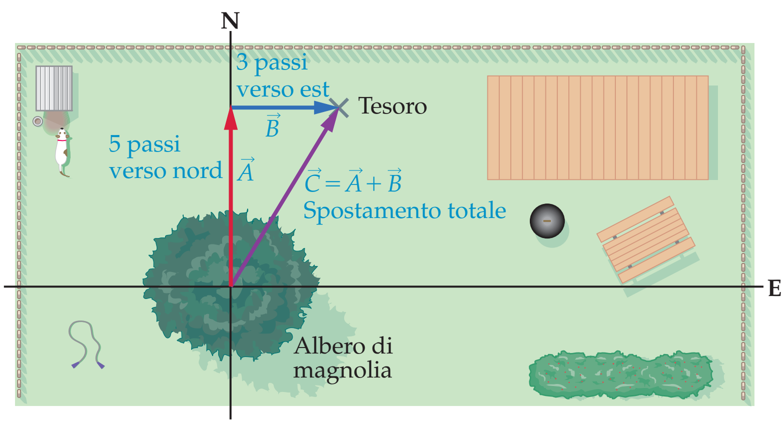
$$\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$$

In generale i vettori si sommano graficamente secondo la seguente regola (il cosiddetto **metodo punta-coda**):

Somma di due vettori (metodo punta-coda)

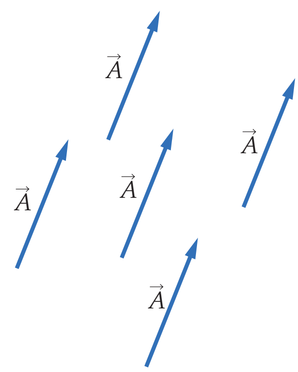
Per sommare i vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$, si dispone la coda di $\vec{B}$ sulla punta di $\vec{A}$: la somma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ è il vettore che va dalla coda di $\vec{A}$ alla punta di $\vec{B}$.

Per applicare il metodo punta-coda è necessario spostare i vettori. Questa operazione non comporta alcun problema se i vettori vengono spostati parallelamente a se stessi, senza modificarne la lunghezza e il verso. Rette parallele rappresentano infatti la stessa direzione e, poiché un vettore è definito solo dal suo modulo, dalla sua direzione e dal suo verso, se questi non cambiano, non cambia neanche il vettore. Ad esempio, nella figura 3 tutte le frecce hanno la stessa lunghezza e la stessa direzione orientata e quindi rappresentano lo stesso vettore, anche se sono collocate in punti diversi.



▲ **FIGURA 2** **Somma di due vettori**

Per andare dall'albero di magnolia al tesoro, devi prima fare 5 passi verso nord ($\vec{A}$) e poi 3 passi verso est ($\vec{B}$). Lo spostamento totale dall'albero al tesoro è la somma degli spostamenti $\vec{A}$ e $\vec{B}$, cioè $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$.

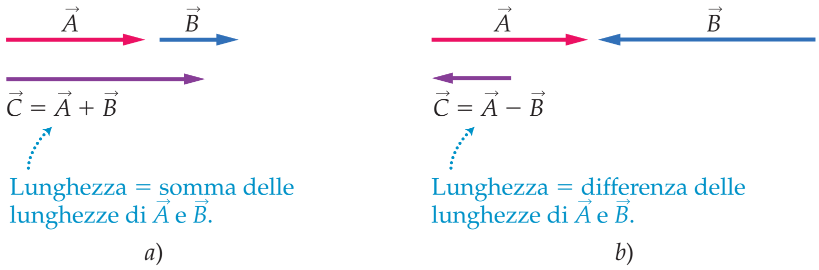


▲ **FIGURA 3** **Rappresentazioni dello stesso vettore $\vec{A}$**

Un vettore è definito solo dalla lunghezza, dal verso e dalla direzione, che è la stessa nel caso di rette parallele.

Nel caso particolare in cui si sommano due vettori che hanno *uguale* direzione, il vettore somma ha la stessa direzione. Per ciò che riguarda il suo modulo e il suo verso, la regola è la seguente:

- se i due vettori hanno versi uguali (figura 4*a*), il vettore somma ha come modulo la somma dei moduli dei due vettori e lo stesso verso;
- se i due vettori hanno verso opposto (figura 4*b*), il vettore somma ha come modulo la differenza dei moduli dei due vettori e come verso quello del vettore che ha modulo maggiore.



▶ **FIGURA 4 Somma di vettori aventi la stessa direzione**
a) I due vettori hanno verso uguale.
b) I due vettori hanno verso opposto.

ATTENZIONE

Il modulo della somma di due vettori *non* è uguale alla somma dei moduli dei vettori, a meno che questi vettori non abbiano la stessa direzione e lo stesso verso.

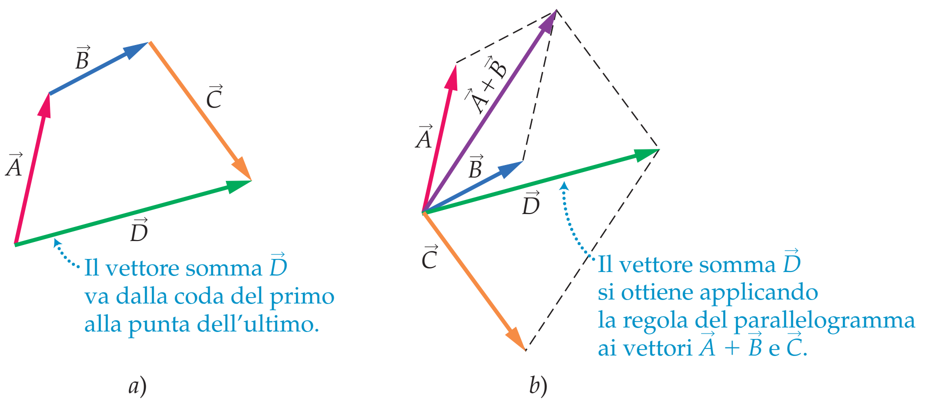
Consideriamo ora i due vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$ in figura 5*a* e il loro vettore somma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ ottenuto con il metodo punta-coda. Se spostiamo parallelamente a se stessa la freccia che rappresenta $\vec{B}$ in modo che la sua coda coincida con quella di $\vec{A}$, troviamo che $\vec{C}$ è la diagonale del parallelogramma che ha come lati $\vec{A}$ e $\vec{B}$ (figura 5*b*). Abbiamo scoperto così un altro metodo per costruire la somma di due vettori, noto come **regola del parallelogramma**:

Somma di due vettori (regola del parallelogramma)

Per sommare i vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$ si fanno coincidere le loro code e si disegna il parallelogramma che ha i due vettori come lati: la somma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ è la diagonale di questo parallelogramma.

▶ **FIGURA 5 Regola del parallelogramma**
Il vettore somma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ ottenuto con il metodo punta-coda (a) oppure, facendo coincidere la coda di $\vec{B}$ con quella di $\vec{A}$, mediante la regola del parallelogramma (b).

Se i vettori da sommare sono più di due, basta estendere i metodi di addizione che abbiamo appena descritto. Ad esempio, disponendo tutti i vettori secondo il metodo punta-coda, il vettore somma è quello che va dalla coda del primo vettore alla punta dell'ultimo, come mostrato in figura 6*a*. Oppure, usando la regola del parallelogramma, si sommano dapprima due vettori qualunque, poi si somma il vettore risultante con il vettore successivo, e così via (figura 6*b*).



◀ **FIGURA 6 Somma di più vettori**
Il vettore somma $\vec{D} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$ ottenuto con il metodo punta-coda (a) e con la regola del parallelogramma (b).

Differenza di due vettori

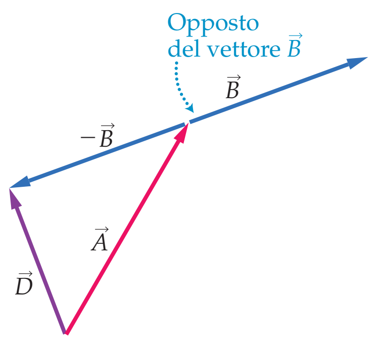
Vediamo ora come si sottraggono i vettori. Vogliamo determinare il **vettore differenza** $\vec{D}$ di due vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$, cioè:

$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$$

dove $\vec{A}$ e $\vec{B}$, ad esempio, sono i vettori rappresentati in figura 7.
Possiamo scrivere $\vec{D}$ nel modo seguente:

$$\vec{D} = \vec{A} + (-\vec{B})$$

cioè come somma di $\vec{A}$ e $-\vec{B}$, dove il vettore $-\vec{B}$ è il *vettore opposto* di $\vec{B}$. L'opposto di un vettore è rappresentato da una freccia della stessa lunghezza del vettore originale, ma orientata nel verso opposto.
Il vettore $\vec{B}$ e il suo opposto $-\vec{B}$ sono mostrati in figura 7. Per sottrarre $\vec{B}$ da $\vec{A}$, cioè per calcolare il vettore $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$, basta ribaltare il verso di $\vec{B}$ e sommare il vettore così ottenuto ad $\vec{A}$, come indicato in figura. La regola generale è la seguente:

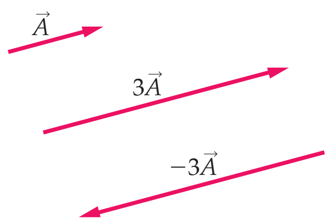


▲ **FIGURA 7 Sottrazione di vettori**
Costruzione grafica che permette di determinare il vettore $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$ come somma del vettore $\vec{A}$ e del vettore opposto di $\vec{B}$.

> **Differenza di due vettori**
> Per sottrarre un vettore $\vec{B}$ da un vettore $\vec{A}$, si costruisce il vettore $-\vec{B}$, l'opposto di $\vec{B}$: la differenza $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$ è la somma di $\vec{A}$ e $-\vec{B}$.

Moltiplicazione di un vettore per un numero

Un'altra operazione che può essere effettuata su un vettore è la sua moltiplicazione per un numero. Come mostrato in figura 8, ad esempio, moltiplicando un vettore per 3 si aumenta di un fattore 3 il suo modulo, ma non si cambiano direzione e verso; moltiplicando il vettore per -3, invece, si aumenta il suo modulo di un fattore 3 e si *inverte* il verso del vettore. La regola generale è la seguente:



▲ **FIGURA 8 Moltiplicazione di un vettore per un numero**
Il vettore $\vec{A}$ è moltiplicato per il numero 3 e per il numero -3.

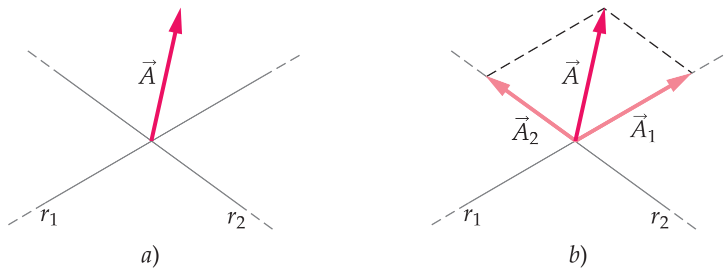
> **Moltiplicazione di un vettore per un numero**
> Moltiplicando un vettore per un numero, la direzione del vettore non cambia, il suo modulo viene moltiplicato per il valore assoluto di quel numero e il verso rimane lo stesso se il numero è positivo, mentre si inverte se il numero è negativo.

3. Componenti cartesiane di un vettore

Scomposizione di un vettore lungo due rette qualsiasi

Capita talvolta di dover scomporre un vettore lungo due rette assegnate, cioè di dover trovare due vettori diretti lungo queste rette e la cui somma sia uguale al vettore dato. Per fare questo si ricorre alla regola del parallelogramma. Il procedimento è illustrato in figura 9.

Se $\vec{A}$ è il vettore da scomporre lungo le rette r_1 ed r_2, cominciamo con il porre la sua coda nel punto di intersezione di r_1 ed r_2, quindi tracciamo le parallele a r_1 ed r_2 passanti per la punta di $\vec{A}$. Si forma così un parallelogramma, i cui due lati orientati a partire dalla coda di $\vec{A}$ rappresentano i vettori cercati, cioè i vettori $\vec{A}_1$ e $\vec{A}_2$ che hanno come somma $\vec{A}$.

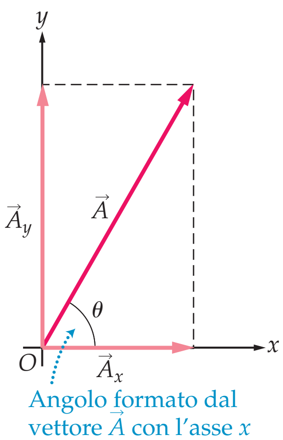


▶ **FIGURA 9** **Scomposizione di un vettore lungo due rette**
a) Per scomporre il vettore $\vec{A}$ lungo le rette r_1 ed r_2 si pone la coda di $\vec{A}$ nel punto di intersezione delle rette.
b) Si tracciano le parallele a r_1 ed r_2 passanti per la punta di $\vec{A}$. I due lati orientati $\vec{A}_1$ e $\vec{A}_2$ del parallelogramma sono i vettori, diretti rispettivamente lungo r_1 ed r_2, la cui somma è $\vec{A}$.

Scomposizione di un vettore lungo gli assi cartesiani

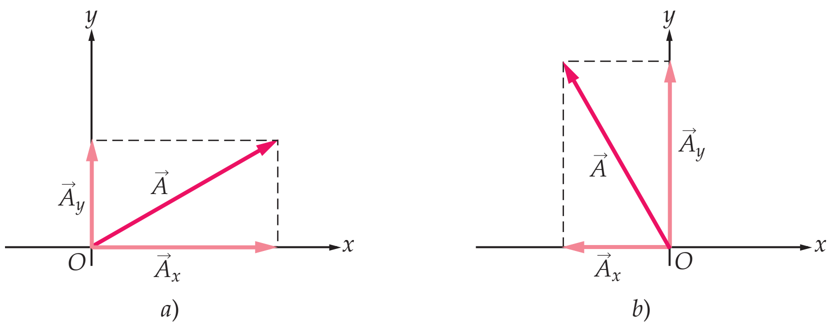
Di particolare importanza è la scomposizione di un vettore lungo i due assi perpendicolari di un **sistema di coordinate cartesiane**. Scegliamo un'origine, O, e un verso positivo per l'asse x (asse delle ascisse) e per l'asse y (asse delle ordinate), come mostrato in figura 10. Ponendo la coda di un vettore $\vec{A}$ nell'origine e disegnando le parallele agli assi x e y, si trovano due vettori perpendicolari $\vec{A}_x$ e $\vec{A}_y$ la cui somma è $\vec{A}$:

$$\vec{A} = \vec{A}_x + \vec{A}_y$$



▲ **FIGURA 10** **Componenti cartesiane di un vettore**
Scomposizione del vettore $\vec{A}$ nei due vettori perpendicolari $\vec{A}_x$ e $\vec{A}_y$ diretti lungo gli assi di un sistema di coordinate cartesiane.

Le **componenti cartesiane** del vettore $\vec{A}$ sono le lunghezze A_x e A_y, alle quali è attribuito un *segno positivo o negativo* a seconda che i vettori $\vec{A}_x$ e $\vec{A}_y$ siano diretti nel verso positivo o nel verso negativo degli assi x e y, rispettivamente. La situazione è illustrata in figura 11.

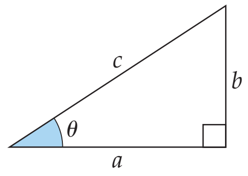


▶ **FIGURA 11** **Vettori con componenti di diverso segno**
a) $\vec{A}_x$ e $\vec{A}_y$ puntano entrambi nel verso positivo, quindi $A_x > 0$ e $A_y > 0$.
b) $\vec{A}_x$ punta nel verso negativo dell'asse x, quindi $A_x < 0$.

Le componenti A_x e A_y possono essere calcolate a partire dal modulo e dalla direzione di $\vec{A}$.

La **direzione** di $\vec{A}$ è individuata dall'angolo θ che il vettore forma con l'asse delle ascisse. Per ottenere una relazione tra θ e le componenti cartesiane di $\vec{A}$ dobbiamo introdurre due funzioni matematiche molto importanti: il **seno** e il **coseno** di un angolo.

Facendo riferimento al generico triangolo rettangolo di figura 12, il seno e il coseno sono definiti come segue:



$b = c \text{ sen } \theta$

$a = c \cos \theta$

▲ **FIGURA 12 Seno e coseno di un angolo**

Seno e coseno di un angolo θ

Il seno dell'angolo θ è dato dal rapporto tra il cateto opposto all'angolo e l'ipotenusa:

$$\text{sen } \theta = \frac{b}{c}$$

Il coseno dell'angolo θ è dato dal rapporto tra il cateto adiacente all'angolo e l'ipotenusa:

$$\cos \theta = \frac{a}{c}$$

Da qui si trova che il cateto b è uguale al prodotto dell'ipotenusa c per il seno dell'angolo opposto:

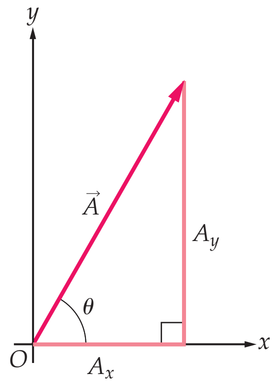
$$b = c \text{ sen } \theta$$

mentre il cateto a è uguale al prodotto dell'ipotenusa c per il coseno dell'angolo opposto:

$$a = c \cos \theta$$

Applicando queste relazioni al triangolo rettangolo di figura 13, che ha come cateti A_x e A_y e come ipotenusa A, si possono scrivere le componenti del vettore $\vec{A}$ in funzione del suo modulo e dell'angolo θ:

$$A_x = A \cos \theta \qquad A_y = A \text{ sen } \theta$$



▲ **FIGURA 13**

Vediamo ora come si risolve il problema inverso, cioè come si calcola il modulo del vettore $\vec{A}$ e l'angolo θ che identifica la sua direzione conoscendo le componenti cartesiane A_x e A_y.

Il modulo del vettore $\vec{A}$ si ottiene applicando il teorema di Pitagora al triangolo rettangolo di figura 13:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

Per determinare θ, usando le relazioni date sopra scriviamo dapprima il coseno e il seno di θ:

$$\cos \theta = \frac{A_x}{A} \qquad \text{sen } \theta = \frac{A_y}{A}$$

e poi calcoliamo le funzioni inverse del coseno e del seno (indicate, rispettivamente, con $\cos^{-1}$ e sen^{-1}):

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{A_x}{A}\right) \qquad \theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{A_y}{A}\right)$$

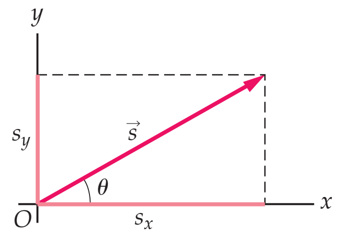
▲ *Le funzioni* sen^{-1} *e* cos^{-1} *su questa calcolatrice tascabile si attivano digitando, rispettivamente, i tasti* SHIFT *e* SIN *e* SHIFT *e* COS.

Queste formule significano che θ è l'angolo il cui coseno vale A_x/A e il cui seno vale A_y/A.
Non approfondiremo la matematica delle funzioni $\cos^{-1}$ e sen^{-1}. Ci basterà sapere che possiamo determinare i loro valori con la nostra calcolatrice tascabile.

ESEMPIO

Consideriamo il vettore $\vec{s}$ disegnato in figura, di modulo $s = 1{,}50$ m. Se l'angolo θ vale 25,0° le componenti cartesiane di $\vec{s}$ sono date da:

$$s_x = s\cos\theta = (1{,}50\ \text{m})\cos(25{,}0°) = 1{,}36\ \text{m}$$
$$s_y = s\,\text{sen}\,\theta = (1{,}50\ \text{m})\,\text{sen}\,(25{,}0°) = 0{,}634\ \text{m}$$



Se, al contrario, conoscessimo le componenti $s_x = 1{,}36$ m ed $s_y = 0{,}634$ m e dovessimo calcolare il modulo s e l'angolo θ, scriveremmo:

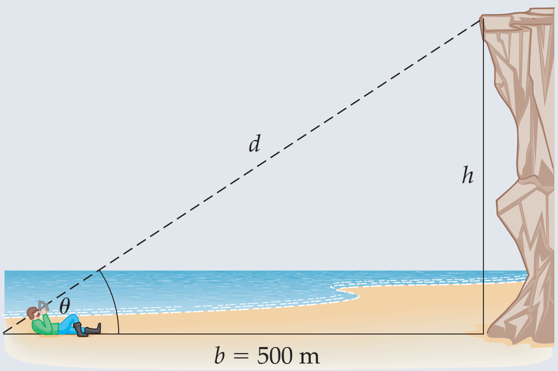
$$s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = $$
$$= \sqrt{(1{,}36\ \text{m})^2 + (0{,}634\ \text{m})^2} = 1{,}50\ \text{m}$$
$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{s_x}{s}\right) =$$
$$= \cos^{-1}\left(\frac{1{,}36\ \text{m}}{1{,}50\ \text{m}}\right) = 25{,}0°$$

PROBLEMA **L'altezza di una scogliera**

Nel libro *L'isola misteriosa* di Jules Verne, il capitano Cyrus Smith vuole determinare l'altezza di una scogliera. Egli si mette con le spalle alla base della scogliera, poi cammina dritto davanti a sé per 500 m; a questo punto si sdraia per terra e misura l'angolo fra la linea orizzontale e la direzione in cui vede la cima della scogliera. Se l'angolo è di 34°, quanto è alta la scogliera?

DESCRIZIONE DEL PROBLEMA

In figura è disegnato il triangolo rettangolo utile per il nostro problema.
Il lato opposto all'angolo θ è l'altezza h della scogliera che dobbiamo determinare, mentre il lato adiacente all'angolo è la distanza $b = 500$ m fra la base della scogliera e il capitano Smith.
Infine l'ipotenusa del triangolo è la distanza d fra la cima della scogliera e il capitano Smith.



STRATEGIA

Useremo la funzione coseno e la relazione tra cateti, ipotenusa e angoli di un triangolo rettangolo.

SOLUZIONE

Dalla relazione $b = d\cos\theta$ calcoliamo d:

$$d = \frac{b}{\cos\theta} = \frac{500\ \text{m}}{\cos 34°} = 603\ \text{m}$$

Usando il teorema di Pitagora possiamo ora ricavare h:

$$h = \sqrt{d^2 - b^2} = \sqrt{(603\ \text{m})^2 - (500\ \text{m})^2} = 337\ \text{m}$$

OSSERVAZIONI

Per calcolare l'altezza h è fondamentale conoscere la distanza b del punto di osservazione dalla base della scogliera. Se questa distanza non fosse nota (a causa, ad esempio, dell'inaccessibilità della scogliera), per determinare h bisognerebbe ricorrere a un metodo più complicato, noto come *triangolazione*, consistente nell'osservare la cima della scogliera da due punti diversi.

PROVA TU

Se l'angolo θ fosse di 30°, a quale distanza si troverebbe Cyrus Smith dalla base della scogliera? [522 m]

Somma vettoriale per componenti

La convenienza della rappresentazione cartesiana dei vettori sta nel fatto che usando le componenti cartesiane diventa piuttosto facile sommare i vettori. Per sommare due o più vettori, infatti, basta semplicemente *sommare le loro componenti*.

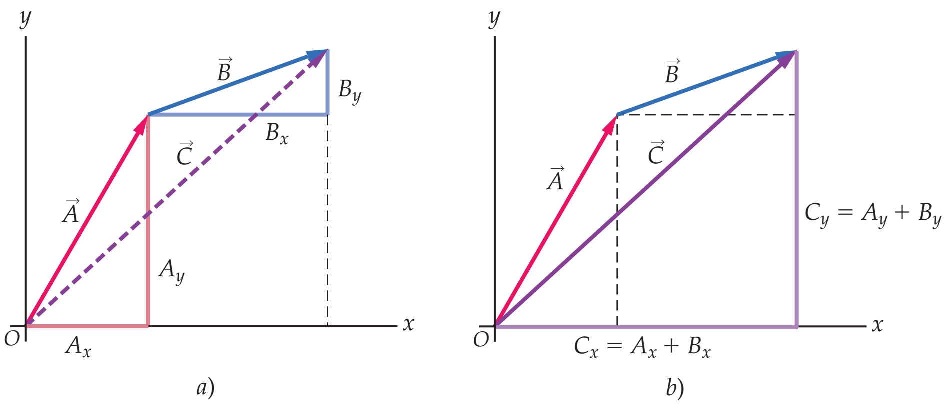
Il metodo è illustrato in figura 14.

Se $\vec{C}$ è la somma di $\vec{A}$ e $\vec{B}$, cioè $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$, le componenti cartesiane di $\vec{C}$ sono date da:

$$C_x = A_x + B_x$$
$$C_y = A_y + B_y$$

e per calcolare il modulo di $\vec{C}$ si applica la fomula:

$$C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2}$$



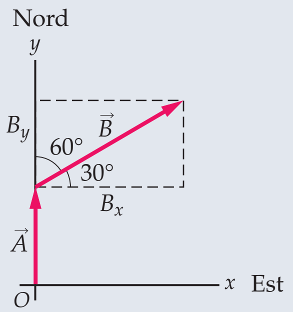
▲ **FIGURA 14** **Somma di vettori mediante le componenti**

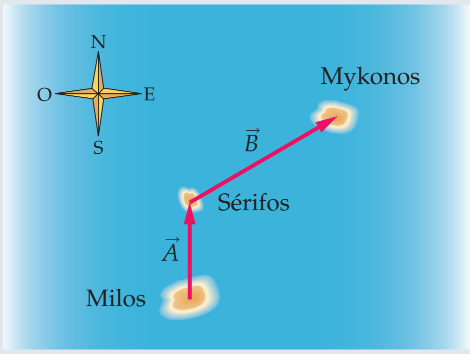
a) Le componenti x e y di $\vec{A}$ e di $\vec{B}$.

b) Le componenti x e y di $\vec{C}$. Notiamo che $C_x = A_x + B_x$ e $C_y = A_y + B_y$.

PROBLEMA Veleggiando nell'Egeo

Andrea e Barbara stanno veleggiando nel Mar Egeo. Un giorno partono dall'isola di Milos e si dirigono a nord, verso l'isola di Sérifos, a 24 miglia di distanza (un miglio nautico, nmi, corrisponde a 1852 m). Il giorno dopo partono da Sérifos e puntano su Mykonos, che dista 42 miglia, con rotta 60° (il che vuol dire, nel linguaggio navale, che la rotta forma un angolo di 60° con la direzione nord in senso orario). Qual è il modulo dello spostamento complessivo di Andrea e Barbara?





DESCRIZIONE DEL PROBLEMA

In figura sono tracciati i vettori spostamento da Milos a Sérifos ($\vec{A}$) e da Sérifos a Mykonos ($\vec{B}$). I moduli di questi vettori sono 24 nmi e 42 nmi, rispettivamente. Continueremo a usare le miglia nautiche come unità di misura della lunghezza. Dobbiamo determinare il modulo dello spostamento totale $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ da Milos a Mykonos.

STRATEGIA

Poniamo l'origine di un sistema di assi cartesiani nel punto di partenza (Milos). Gli assi sono orientati in modo che le ascisse puntino a est e le ordinate a nord. Calcoliamo le componenti cartesiane di $\vec{A}$ e $\vec{B}$, osservando che $\vec{A}$ è diretto lungo l'asse y e $\vec{B}$ forma con l'asse orizzontale un angolo di 30°. Le componenti di $\vec{C}$ sono la somma delle componenti di $\vec{A}$ e di $\vec{B}$. A partire da C_x e C_y determiniamo C usando il teorema di Pitagora.

SOLUZIONE

Le componenti di $\vec{A}$ sono:

$$A_x = 0 \text{ nmi}$$
$$A_y = 24 \text{ nmi}$$

Le componenti di $\vec{B}$ sono:

$$B_x = (42 \text{ nmi}) \cos 30° = 36 \text{ nmi}$$
$$B_y = (42 \text{ nmi}) \text{ sen } 30° = 21 \text{ nmi}$$

Le componenti di $\vec{C}$ si ottengono sommando quelle di $\vec{A}$ e quelle di $\vec{B}$, $C_x = A_x + B_x$ e $C_y = A_y + B_y$:

$$C_x = (0 + 36) \text{ nmi} = 36 \text{ nmi}$$
$$C_y = (24 + 21) \text{ nmi} = 45 \text{ nmi}$$

Il modulo di $\vec{C}$ è dato da $C = \sqrt{C_x^2 + C_y^2}$:

$$C = \sqrt{(36 \text{ nmi})^2 + (45 \text{ nmi})^2} = 58 \text{ nmi}$$

OSSERVAZIONI

Il modulo dello spostamento *non* è uguale alla distanza percorsa dalla barca, che è (24 + 42) nmi = 66 nmi.

PROVA TU

Se da Mykonos Andrea e Barbara veleggiassero su Patros, 80 nmi a est di Mykonos, quale sarebbe in modulo il loro spostamento totale da Milos a Patros? [124 nmi]

4. Le forze

Quando spingiamo un carrello al supermercato o trasciniamo uno scatolone sul pavimento, stiamo esercitando una **forza**. Analogamente, quando teniamo un libro in mano, stiamo esercitando una forza verso l'alto che si oppone alla spinta verso il basso dovuta alla forza di gravità. Queste situazioni legate a semplici attività umane sono un esempio di ciò che in natura accade continuamente e a tutti livelli. Il mondo che ci circonda, infatti, è costituito da oggetti che esercitano delle azioni gli uni sugli altri. È a queste azioni che diamo il nome di **forze**.

Le forze possono agire per **contatto**, come quando colpiamo una palla da tennis con la racchetta o piantiamo un chiodo con un martello, o **a distanza**, come nel caso della forza di gravità o della forza magnetica sull'ago di una bussola.
L'effetto delle forze è di **modificare il moto** dei corpi, in particolare la loro velocità. Esse possono anche produrre delle **deformazioni**, ma a livello microscopico queste sono riconducibili comunque a cambiamenti dello stato di moto delle molecole.

ATTENZIONE

La distinzione tra forze di contatto e forze a distanza è più apparente che reale. Le comuni forze di contatto sono infatti manifestazioni macroscopiche di forze elettromagnetiche a distanza, che agiscono su scala atomica e molecolare.

> **Effetto delle forze**
> Le forze tendono a modificare il moto dei corpi.

Studieremo nel capitolo 7 le leggi che descrivono quantitativamente l'effetto delle forze sul moto dei corpi.

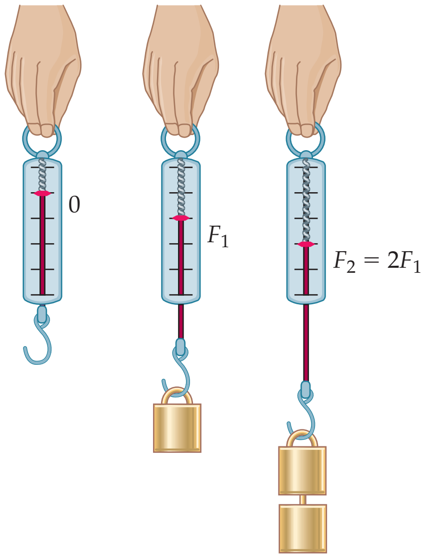
Se pensiamo a una forza familiare, come quella che esercitiamo spingendo un oggetto, ci convinciamo facilmente che le forze sono caratterizzate non solo da una certa **intensità** (o **modulo**), ma anche da una **direzione** e da un **verso**. Le forze sono quindi *grandezze vettoriali*, descritte matematicamente da *vettori*. La coda della freccia che rappresenta graficamente il vettore forza va collocata nel punto in cui agisce la forza, detto **punto di applicazione**.

▲ *Esempi di forze: è una forza ciò che fa variare il moto della pallina da tennis, è una forza ciò che muove il carrello della spesa, è una forza ciò che fa ruotare l'ago della bussola.*

La misura delle forze

La forza, come tutte le grandezze fisiche, è definita operativamente attraverso un procedimento di misura. Per misurare le forze si sfruttano i loro effetti, in particolare le deformazioni che esse causano sugli oggetti. Un possibile strumento di misura delle forze è il **dinamometro a molla**, il cui funzionamento è basato sull'allungamento che una forza produce quando viene applicata a una molla (studieremo in dettaglio questo effetto nel paragrafo 6).

Per definizione, due forze hanno uguale intensità se, applicate al dinamometro, producono lo stesso allungamento.
Per tarare lo strumento applichiamo a esso una forza campione. Le forze di cui disponiamo più comodamente sono le forze peso di oggetti di data massa (parleremo del peso nel prossimo paragrafo).
Appendiamo quindi una massa campione al dinamometro e poniamo convenzionalmente uguale a 1 il valore della forza indicato dalla scala. Appendiamo poi due masse uguali alla precedente e assegniamo il valore 2 alla forza corrispondente. Procedendo in questo modo, costruiremo una scala graduata e potremo misurare qualunque forza confrontando l'allungamento che essa produce con quello dovuto alle masse campione.



▲ **FIGURA 15 Taratura di un dinamometro**
Quando appendiamo due masse campione al dinamometro, il valore della forza che leggiamo sulla scala è il doppio di quello che leggiamo quando al dinamometro è attaccata una sola massa campione.

Possiamo ora definire l'**unità di misura della forza**, che è il **newton** (**N**).

Unità di misura della forza: il newton

Un newton (N) è la forza che produce un allungamento della molla di un dinamometro uguale a quello prodotto da una massa appesa di (1/9,81) kg.

Il significato dello strano numero 9,81 che appare in questa definizione sarà chiaro nel prossimo paragrafo.

▲ *Dinamometri da laboratorio.*

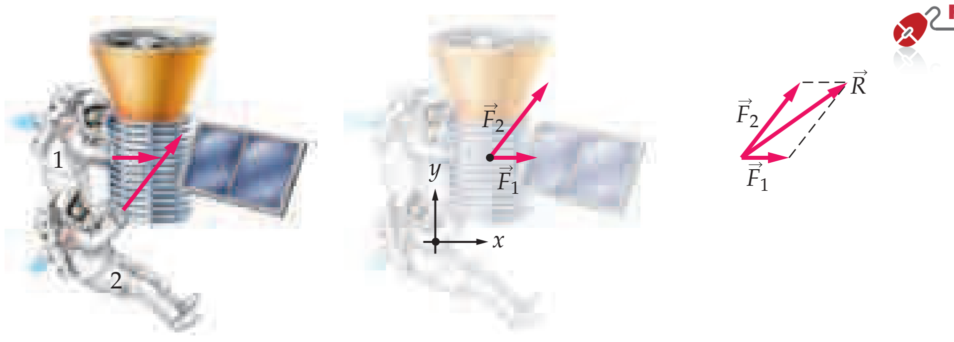
Risultante di più forze

Quasi sempre su un corpo agiscono contemporaneamente più forze. Un libro fermo su un tavolo è soggetto a una forza verso il basso dovuta alla gravità e a una forza verso l'alto dovuta al tavolo; se spingiamo il libro sul tavolo, esso è soggetto anche a una forza orizzontale dovuta alla nostra spinta. La forza totale, o **risultante**, esercitata sul libro è la **somma vettoriale delle singole forze** che agiscono su di esso.

Supponiamo che due astronauti stiano utilizzando dei propulsori a getto per spingere un satellite verso la navicella spaziale, come mostrato in figura 16. Se l'astronauta 1 esercita una forza $\vec{F}_1$ e l'astronauta 2 esercita una forza $\vec{F}_2$, la risultante delle forze sul satellite, cioè la forza effettiva che agisce sul satellite, è la somma vettoriale $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

Poiché le forze si sommano vettorialmente, è possibile che su un corpo agiscano delle forze singolarmente non nulle ma la cui risultante è nulla. In questo caso, le forze non producono alcun effetto complessivo e si dice che il corpo è in **equilibrio**. Torneremo più in dettaglio sul concetto di equilibrio nel capitolo 4.

FIGURA INTERATTIVA



a) **Rappresentazione fisica** *b)* **Schema delle forze** *c)* **Forza risultante**

◀ **FIGURA 16 Due astronauti spingono un satellite con forze diverse in modulo e direzione**

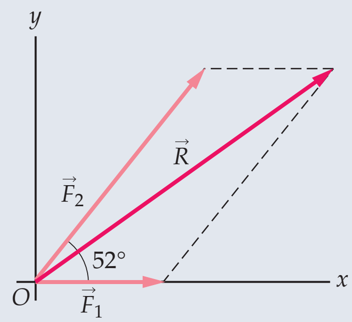
La forza risultante sul satellite è la somma vettoriale $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.

PROBLEMA Al lavoro nello spazio

Quando escono nello spazio per effettuare dei lavori, gli astronauti indossano tute speciali su cui sono fissati dei propulsori a getto, cioè dei razzi ad azoto pressurizzato che generano forze di alcune decine di newton (N). Se gli astronauti di figura 16 spingono il satellite con forze di intensità $F_1 = 26$ N ed $F_2 = 41$ N, le cui direzioni formano un angolo di 52°, qual è l'intensità della forza risultante sul satellite?

DESCRIZIONE DEL PROBLEMA

Con il sistema di coordinate indicato in figura 16, l'astronauta 1 spinge nel verso positivo dell'asse x, mentre l'astronauta 2 spinge con un angolo di 52° rispetto allo stesso asse. L'astronauta 1 esercita una forza di intensità $F_1 = 26$ N, mentre l'astronauta 2 esercita una forza di intensità $F_2 = 41$ N. Dobbiamo calcolare il modulo di $\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2$.



STRATEGIA

Usiamo il metodo della somma vettoriale per componenti cartesiane. Dopo aver calcolato le componenti cartesiane di $\vec{F}_1$ e di $\vec{F}_2$, le sommiamo per ricavare quelle di $\vec{R}$. Queste ci permettono di determinare il modulo R.

SOLUZIONE

$\vec{F}_1$ è diretto lungo l'asse x, quindi le sue componenti sono: $F_{1,x} = F_1 = 26\ \text{N} \qquad F_{1,y} = 0$

$\vec{F}_2$ forma un angolo di 52° con l'asse x. Le sue componenti sono:

$$F_{2,x} = F_1 \cos 52° = (41\ \text{N}) \cos 52° = 25\ \text{N}$$
$$F_{2,y} = F_2 \,\text{sen}\, 52° = (41\ \text{N}) \,\text{sen}\, 52° = 32\ \text{N}$$

Le componenti di $\vec{R}$ sono la somma di quelle di $\vec{F}_1$ e di $\vec{F}_2$: $R_x = F_{1,x} + F_{2,x} = 51\ \text{N} \qquad R_y = F_{1,y} + F_{2,y} = 32\ \text{N}$

Il modulo di $\vec{R}$ si ottiene attraverso la formula $R = \sqrt{R_x^2 + R_y^2}$:

$$R = \sqrt{(51\ \text{N})^2 + (32\ \text{N})^2} = 60\ \text{N}$$

PROVA TU

Quanto varrebbe il modulo di $\vec{R}$ se le forze $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$ fossero perpendicolari? [$R = 49$ N]

5. La forza peso

Quando saliamo su una bilancia per pesarci, la bilancia fornisce in realtà una misura della forza gravitazionale che la Terra esercita su di noi. È questo il nostro **peso** P. In generale il peso di un oggetto sulla superficie terrestre è la forza di gravità esercitata su di esso dalla Terra.

> **Il peso**
>
> Il peso P di un oggetto sulla superficie terrestre è la forza gravitazionale esercitata su di esso dalla Terra.

Il peso è dunque una forza (la **forza peso**) e nel SI si misura in newton (N).

Come sappiamo dall'esperienza quotidiana, maggiore è la massa di un oggetto, maggiore è il suo peso. Supponiamo di pesare un mattone su una bilancia e di leggere il valore 8 N; se aggiungiamo un secondo mattone, identico al primo, in modo da raddoppiare la massa, misureremo un peso di 2 (8 N) = 16 N. In un determinato luogo, il peso P e la massa m di un oggetto sono direttamente proporzionali. La loro relazione è:

> **Relazione tra peso *P* e massa *m***
>
> $P = mg$

ATTENZIONE

La costante g è *l'accelerazione di gravità*, come vedremo nel capitolo 7, dove verrà espressa in un'altra unità di misura equivalente al N/kg.

dove g è una costante di proporzionalità che sulla superficie terrestre vale 9,81 N/kg. È questa l'origine del numero 9,81 che compare nella definizione di newton data nel paragrafo precedente. Una massa di 1 kg pesa infatti 9,81 N.

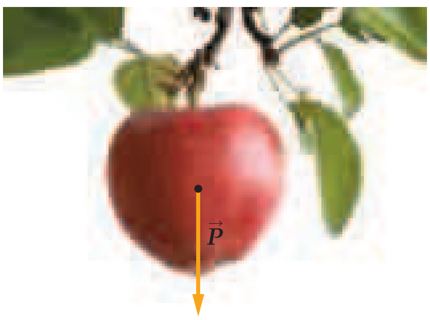
Il valore g = 9,81 N/kg è in realtà solo indicativo. Il coefficiente g dipende infatti, anche se poco, dal punto della superficie terrestre in cui ci si trova (ai poli è maggiore che all'equatore di circa lo 0,5%) e dall'altitudine (diminuisce all'aumentare dell'altezza rispetto al livello del mare).

▲ *La massa di 55,1 kg misurata dalla bilancia pesa-persone corrisponde a un peso di 540,5 N.*

Sottolineiamo la netta distinzione tra **peso** e **massa**: il peso è la forza gravitazionale misurata in newton, la massa è una quantità invariante tipica di ogni corpo, misurata in kilogrammi.

Se ci trovassimo sulla Luna la nostra massa non cambierebbe perché avremmo sempre la stessa quantità di materia, ma, poiché la forza gravitazionale lunare è minore di quella terrestre (cioè la costante g ha sulla Luna un valore più piccolo che sulla Terra), sulla Luna peseremmo meno di quanto pesiamo sulla Terra. In particolare, dal momento che la costante g lunare vale 1,62 N/kg, che è circa un sesto della costante g terrestre, il peso di un corpo sulla Luna è circa un sesto del peso sulla Terra.

Essendo il peso una forza, cioè una grandezza vettoriale, esso ha un modulo (che abbiamo indicato con P), una direzione e un verso. Il modulo della forza peso $\vec{P}$ vale mg, la direzione è perpendicolare alla superficie terrestre e il verso è diretto verso il basso.



◀ **FIGURA 17** **Direzione della forza peso**
La forza peso che agisce sulla mela ha direzione perpendicolare alla superficie terrestre e verso diretto verso il basso.

PROBLEMA **La sonda Phoenix Mars Lander**

La sonda automatica Phoenix Mars Lander è atterrata su Marte il 25 maggio 2008 dopo un viaggio durato più di nove mesi. Il suo scopo era di esplorare l'ambiente marziano alla ricerca di tracce di acqua e di eventuali forme microbiche di vita. Nell'estate 2008 la sonda ha rivelato la presenza di ghiaccio d'acqua su Marte. Phoenix Mars Lander ha una massa di 350 kg. Qual è il suo peso sulla Terra e su Marte (dove g = 3,69 N/kg)?

DESCRIZIONE DEL PROBLEMA

La massa della sonda, che è la stessa sulla Terra e su Marte, è $m = 350$ kg. Dobbiamo calcolare il peso, che dipende dalla costante g. Questa vale 9,81 N/kg sulla Terra e 3,69 N/kg su Marte.

STRATEGIA

Usiamo la relazione tra massa e peso, $P = mg$.

SOLUZIONE

Il peso di Phoenix Mars Lander sulla Terra è: $P_{\text{Terra}} = mg_{\text{Terra}} = (350\text{ kg})(9{,}81\text{ N/kg}) = 3{,}43 \cdot 10^3\text{ N}$

Il peso di Phoenix Mars Lander su Marte è: $P_{\text{Marte}} = mg_{\text{Marte}} = (350\text{ kg})(3{,}69\text{ N/kg}) = 1{,}29 \cdot 10^3\text{ N}$

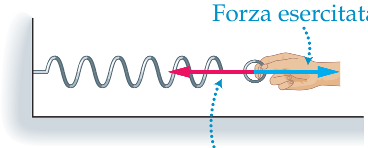
PROVA TU

Cerca su un libro di astronomia o su Internet i valori di g degli altri pianeti del sistema solare e calcola quale sarebbe su questi pianeti il peso di una sonda avente la stessa massa del Phoenix Mars Lander.

6. La forza elastica

Per allungare una molla dobbiamo compiere un certo sforzo. Ciò è dovuto al fatto che, quando viene allungata, la molla esercita sulla nostra mano una forza di richiamo, detta **forza elastica**, che tende a riportarla alla lunghezza iniziale, come mostrato in figura 18.

Supponiamo che allungando una molla di una quantità x essa eserciti una forza di intensità F. Si può verificare che se allunghiamo la molla di una quantità doppia $2x$, la forza elastica diventa $2F$, e così via (figura 19). La forza elastica risulta essere quindi direttamente proporzionale all'allungamento.



◀ **FIGURA 18 Forza elastica di una molla**
La forza elastica della molla è una forza di richiamo che tende a riportarla alla sua lunghezza iniziale.

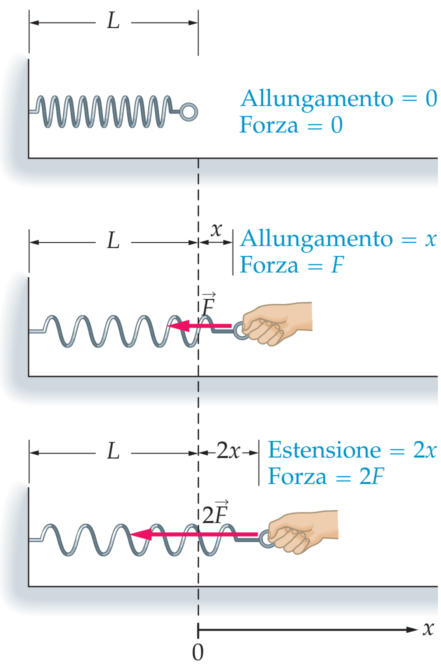
Analogamente, se comprimiamo la molla di una quantità x, la molla spinge la mano con una forza elastica di intensità F, dove F ha lo stesso valore del caso precedente. Come ci si può aspettare, una compressione di $2x$ comporta una spinta della molla di intensità $2F$. La differenza rispetto al caso dell'allungamento è che il verso della forza è opposto (figura 20), dal momento che la molla tende comunque a tornare alla sua lunghezza iniziale.

In conclusione possiamo dire che:

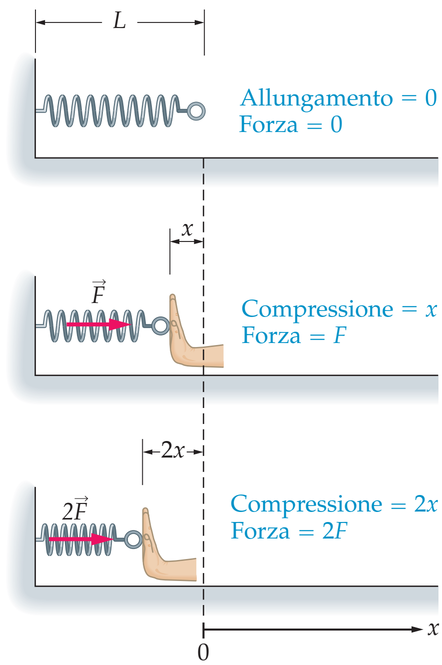
> Una molla esercita una forza direttamente proporzionale alla quantità x di cui è allungata o compressa. Se F è l'intensità della forza elastica, possiamo scrivere:
>
> $$F = kx$$

In questa espressione k è la costante di proporzionalità e prende il nome di **costante elastica**. Essendo F misurata in newton e x in metri, l'unità di misura di k è il newton al metro, N/m.
Più grande è il valore di k, più rigida è la molla, cioè maggiore è la forza alla quale dobbiamo sottoporre la molla per ottenere lo stesso allungamento.

La relazione precedente, che fornisce la forza di una molla, è nota come **legge di Hooke** e prende il nome da Robert Hooke (1635-1703) che per primo la formulò nel 1675. Si tratta di una *legge empirica*, non di una legge fisica universale.



▲ **FIGURA 19 Forza esercitata da una molla: allungamento**
La forza di richiamo della molla è proporzionale all'allungamento. L è la lunghezza iniziale della molla.



▲ **FIGURA 20 Forza esercitata da una molla: compressione**
Per una compressione x la forza elastica è la stessa che per un allungamento di uguale entità, ma il suo verso è opposto.

Ovviamente, non può valere per qualsiasi valore di x; ad esempio, sappiamo che, se allunghiamo una molla oltre un certo limite, questa rimane deformata permanentemente e non ritorna più alla sua lunghezza iniziale. Tuttavia, per allungamenti e compressioni abbastanza piccoli, la legge di Hooke è sufficientemente accurata.
Si parla di *molle ideali* per indicare le molle prive di massa che obbediscono esattamente alla legge di Hooke.
D'ora in poi, per "molle" intenderemo sempre delle molle ideali.

Siamo ora in grado di capire il principio di funzionamento di un dinamometro a molla. Se applichiamo una forza all'estremo libero di un dinamometro, la molla al suo interno si allunga di una quantità direttamente proporzionale alla forza applicata. La misura dell'allungamento della molla letta sulla scala del dinamometro fornisce quindi indirettamente una misura della forza.

Poiché il verso della forza elastica cambia a seconda che la molla venga allungata o compressa, conviene riscrivere la legge di Hooke in forma vettoriale. Se indichiamo con $\vec{x}$ il vettore spostamento dell'estremità della molla dalla posizione di equilibrio e con $\vec{F}$ la forza elastica, come mostrato in figura 18, la legge di Hooke si scrive come:

Legge di Hooke in forma vettoriale

Una molla che subisce uno spostamento dalla posizione di equilibrio esercita una forza elastica data da:

$$\vec{F} = -k\vec{x}$$

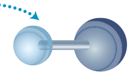
dove k è la costante elastica della molla.

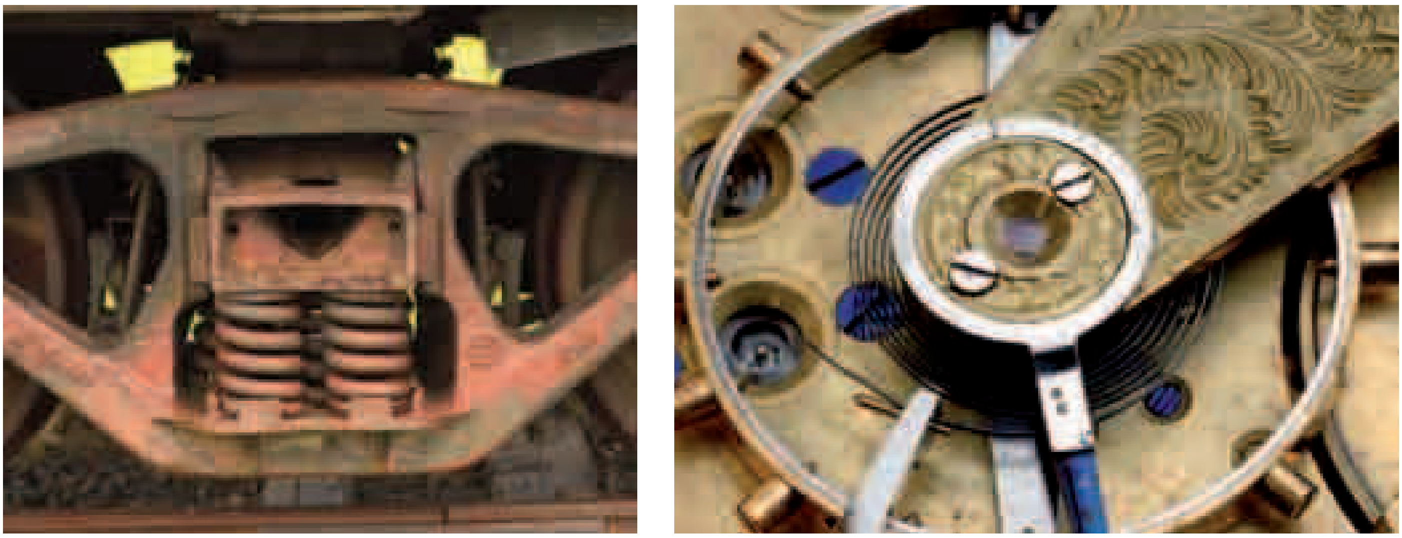
Il segno meno in questa relazione esprime il fatto che la forza elastica è sempre opposta allo spostamento della molla dalla posizione di equilibrio.

ATTENZIONE

La legge di Hooke è particolarmente importante in fisica perché può essere usata come modello per descrivere una grande varietà di sistemi. Ad esempio, i legami molecolari rappresentano una sorta di "molle interatomiche" che possono essere studiate approssimativamente utilizzando la legge di Hooke.

Molecola di monossido di carbonio CO





▲ *Esistono molle di grandezza e foggia diverse. Le grandi molle del carrello ferroviario (a sinistra) sono così rigide e pesanti che non si riescono a comprimere o allungare con le mani; tuttavia, ne sono necessarie quattro per attenuare le vibrazioni della carrozza. Al contrario, la sottile molla a spirale del bilanciere di un orologio (a destra) si flette anche con una leggerissima pressione; essa però esercita ugualmente una forza sufficiente a mantenere in movimento il delicato meccanismo dell'orologio.*

ESEMPIO

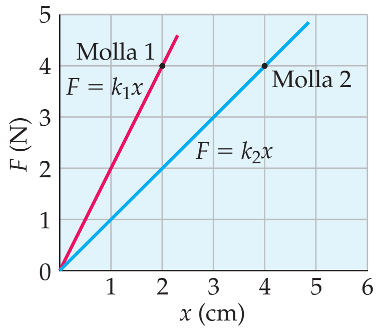
Due molle 1 e 2 hanno rispettivamente costante elastica $k_1 = 0{,}2$ kN/m e $k_1 = 0{,}1$ kN/m. La legge di Hooke per queste molle è rappresentata in figura. Se si applica a entrambe le molle la stessa forza $F = 4$ N, l'allungamento della molla 1 è:

$$x = \frac{F}{k_1} = \frac{4\ \text{N}}{0{,}2 \cdot 10^3\ \text{N/m}} = 0{,}02\ \text{m}$$

mentre l'allungamento della molla 2 è:

$$x = \frac{F}{k_2} = \frac{4\ \text{N}}{0{,}1 \cdot 10^3\ \text{N/m}} = 0{,}04\ \text{m}$$

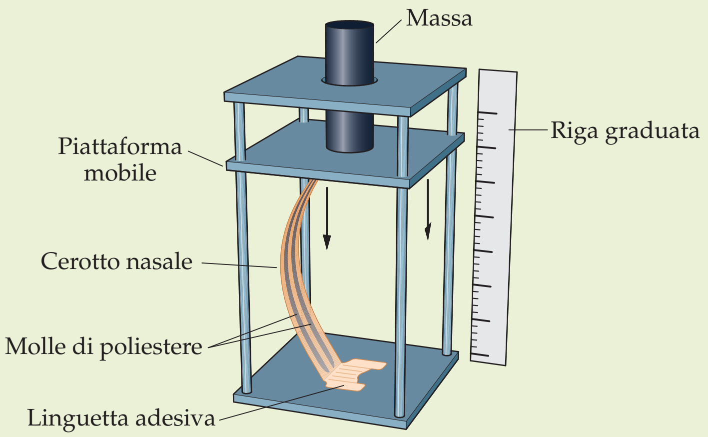
cioè il doppio.
Nota che quanto più grande è la costante elastica, tanto più è rapida la retta che descrive la legge di Hooke.



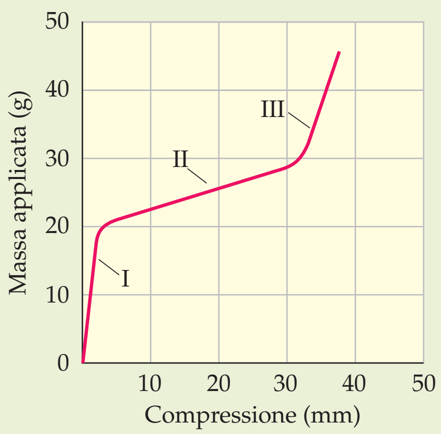
FISICA INTORNO A NOI

I cerotti nasali

Molte persone usano i cerotti nasali per alleviare una serie di problemi respiratori. Inizialmente introdotti per eliminare il russamento, ora vengono utilizzati anche per numerose altre funzioni; ad esempio, i dentisti hanno scoperto che i cerotti nasali consentono ai pazienti di respirare meglio durante le operazioni di cura dentale, rendendo le sedute decisamente meno sgradevoli sia per il dottore sia per il paziente; anche gli allevatori di cavalli ne hanno scoperto i vantaggi e hanno cominciato ad applicare cerotti di grandi dimensioni ai cavalli da corsa per ridurre l'affaticamento e lo stress polmonare.
Uno dei più grandi vantaggi dei cerotti nasali è che non richiedono l'utilizzo di alcun tipo di farmaco. Un cerotto nasale è un dispositivo puramente meccanico, composto da due molle piatte di poliestere, inserite in una fascetta adesiva. Quando viene applicato al naso, le molle esercitano una forza verso l'esterno, che allarga le narici e riduce la resistenza che il flusso d'aria incontra durante l'inspirazione.
Per misurare il comportamento di questi cerotti si utilizza il dispositivo mostrato nella figura *a*). Ponendo sulla piattaforma mobile una certa massa, il cerotto si comprime. La forza elastica che esso esercita uguaglia il peso della massa posta sulla piattaforma. La figura *b*) è un tipico grafico che illustra la relazione tra la massa applicata (proporzionale alla forza elastica) e la compressione di un cerotto. Si vede che, sebbene la relazione non sia lineare, ci sono tre regioni (I, II, III) in cui il comportamento è quello predetto dalla legge di Hooke.



a)



b)

7. Forze di attrito

Anche la più liscia delle superfici, se osservata a livello atomico, risulta scabra e dentellata, come mostrato in figura 21. Per far scorrere due superfici l'una sull'altra, occorre superare la resistenza dovuta agli urti fra i loro microscopici avvallamenti. Questa resistenza è l'origine della forza che chiamiamo **attrito**.

Poiché l'attrito dipende da molti fattori – il materiale, la finitura delle superfici, la presenza di lubrificanti, ecc. – non esiste una legge fisica semplice e universale che lo descriva. Ci sono, però, alcune utilissime leggi empiriche che permettono di calcolare le forze d'attrito. Illustreremo queste regole per i tipi di attrito più comuni.

Una prima distinzione è quella fra l'attrito che si manifesta quando un corpo *scivola* su una superficie, detto **attrito radente**, e l'attrito che si manifesta quando un corpo *rotola* su una superficie, detto **attrito volvente**. L'attrito volvente è molto meno intenso dell'attrito radente tra le stesse superfici.

Noi ci occuperemo dell'attrito radente, che a sua volta si distingue in **attrito dinamico** (che si oppone allo scorrimento di un corpo su una superficie) e in **attrito statico** (che si oppone al distacco di un corpo a contatto con una superficie).

… anche una superficie "liscia" è ruvida.

▲ **FIGURA 21** **L'origine dell'attrito**
Anche le superfici "lisce" presentano delle irregolarità quando vengono osservate a livello microscopico. Questo tipo di rugosità determina l'attrito fra le superfici.

Attrito dinamico

L'**attrito dinamico**, come dice il nome, si manifesta quando un corpo si muove scivolando su una superficie. La forza di attrito dinamico f_d, dovuta al contatto tra la superficie del corpo e quella su cui esso si muove, agisce in maniera da opporsi allo scivolamento del corpo.

Si può verificare sperimentalmente che la forza di attrito dinamico non dipende né dall'area della superficie di contatto né dalla velocità del corpo, ma solo dalla forza che agisce *perpendicolarmente* sulla superficie, la cosiddetta **forza premente**.

ATTENZIONE

L'attrito si oppone allo scivolamento di due superfici ma non sempre si oppone al moto di un corpo. La forza di attrito tra il piede di un corridore e il terreno impedisce lo scivolamento all'indietro ed è quindi diretta nel verso del moto del piede.

◀ *Spesso pensiamo all'attrito come a qualcosa che deve essere ridotto o addirittura, se possibile, eliminato. Circa il 20% del carburante che consumiamo nelle nostre automobili viene utilizzato per superare le forze di attrito interne del motore. Per ridurre questo attrito è importante che il motore sia ben lubrificato. In altre situazioni l'attrito può essere utile o addirittura indispensabile. Ad esempio, percorrendo una curva, un'auto si mantiene in traiettoria proprio grazie all'attrito tra i suoi pneumatici e la superficie stradale.*

Forza premente su una superficie

La forza premente su una superficie è la componente perpendicolare della forza che agisce sulla superficie.

In termini matematici, la legge dell'attrito dinamico è:

$$f_d = \mu_d F_p$$

dove F_p è la forza premente.

La costante di proporzionalità μ_d viene detta **coefficiente di attrito dinamico**. Poiché f_d e P sono entrambe forze e hanno la stessa unità di misura, μ_d è un *numero adimensionale*; i suoi valori tipici variano fra 0 e 1 e alcuni di essi sono riportati in tabella 1. Da un punto di vista vettoriale, la forza di attrito dinamico è parallela alla superficie di contatto e ha verso opposto a quello dello scorrimento, come mostrato in figura 22.

Se il corpo che scivola sulla superficie non è soggetto ad alcuna forza esterna, la forza premente F_p è semplicemente data dal suo peso. In questo caso particolare si ha:

$$f_d = \mu_d P \qquad \text{(caso particolare)}$$

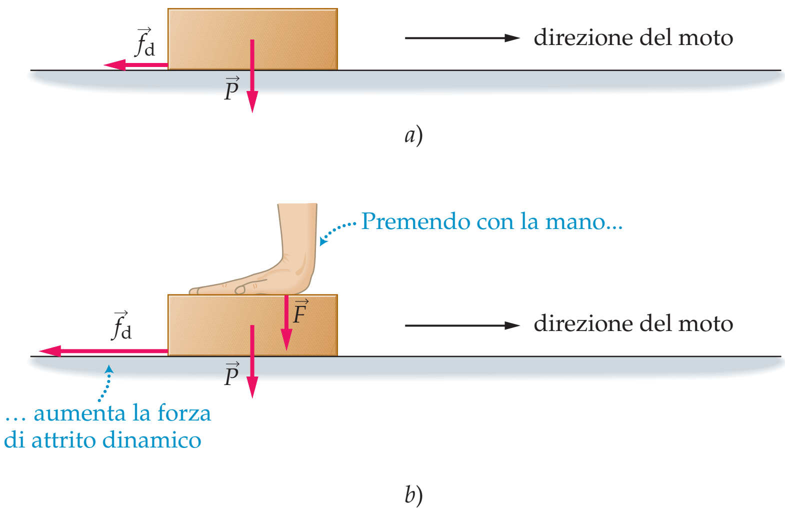
ATTENZIONE

C'è un'ulteriore forma di attrito, detta **attrito del mezzo**, che si oppone al moto di un corpo in un mezzo fluido (gas o liquido). L'attrito del mezzo, ad esempio quello dovuto all'aria, dipende dalla velocità del corpo.

Supponiamo ora di premere con la mano sul corpo, come in figura 22*b*. In questo caso sulla superficie agisce, oltre alla forza peso del corpo, anche la forza F esercitata dalla nostra mano, e la forza premente diventa:

$$F_p = F + P$$

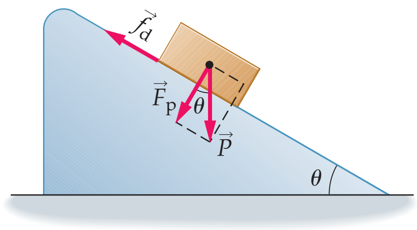
Consideriamo per finire un'altra situazione molto comune, lo scivolamento di un corpo lungo un piano inclinato. Come mostrato in figura 23,



▲ **FIGURA 22** **La forza di attrito dinamico**

a) La forza di attrito dinamico che agisce su un mattone che scorre su una superficie orizzontale. La forza premente F_p è data dal peso P del corpo: $F_p = P$.
b) Premendo con una mano sul mattone, la forza di attrito dinamico aumenta, perché la forza premente è $F_p = F + P$.

la forza premente è la componente della forza peso perpendicolare al piano, che è inferiore al modulo P della forza peso. È solo questa componente che contribuisce alla forza d'attrito. Dalla figura si vede che, se θ è l'angolo di inclinazione del piano, la forza premente è $F_p = P \cos \theta$ ed è sempre minore del peso P. La forza d'attrito, che è proporzionale a F_p, è quindi minore su un piano inclinato che su un piano orizzontale.



▲ **FIGURA 23** **La forza di attrito dinamico su un piano inclinato**

Riassumiamo in conclusione le leggi empiriche dell'attrito dinamico:

Leggi empiriche dell'attrito dinamico

La forza di attrito dinamico tra un corpo e una superficie:

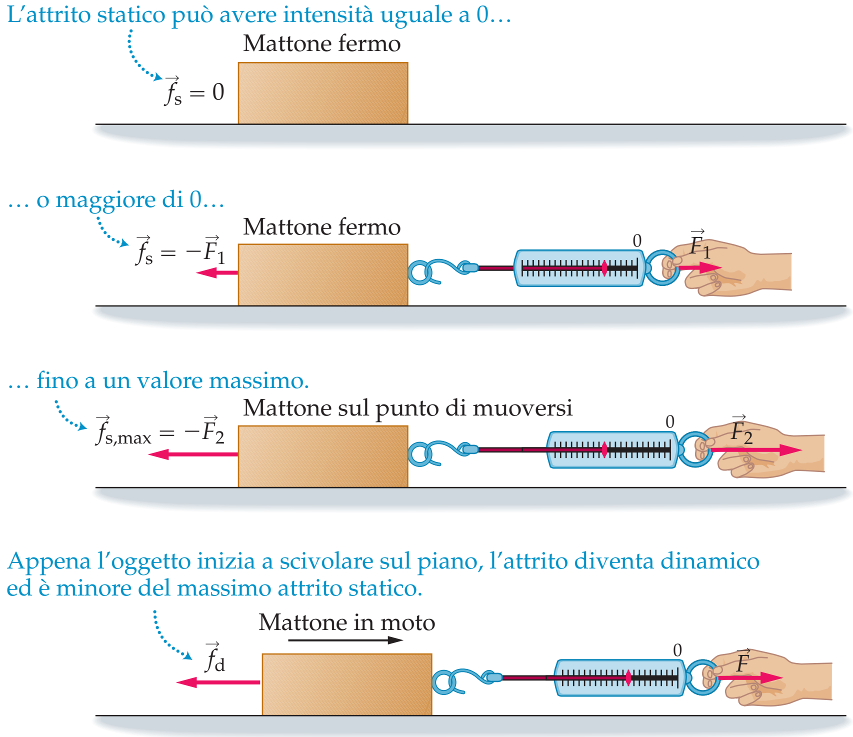
1) è indipendente dall'area della superficie di contatto e dalla velocità del corpo;
2) è proporzionale alla forza premente sulla superficie, $f_d = \mu_d F_p$;
3) è parallela alla superficie di contatto e il suo verso è opposto a quello del moto.

Attrito statico

L'**attrito statico** tende a impedire che un oggetto fermo su una superficie si distacchi da essa, cominciando a scivolare. Anche questo tipo di attrito, come quello dinamico, è dovuto alle microscopiche irregolarità delle superfici a contatto. L'attrito statico è generalmente maggiore di quello dinamico perché, quando le superfici sono in contatto statico, i loro microscopici avvallamenti possono aderire maggiormente l'uno all'altro, determinando una forte interazione fra le due superfici, dovuta ai legami molecolari.
Consideriamo un mattone fermo su un tavolo, come mostrato in figura 24 a pagina seguente. Se tiriamo il mattone con una forza così piccola da non riuscire a farlo muovere, sul mattone agisce una forza di attrito statico $\vec{f}_s$ che tende a mantenerlo fermo, essendo uguale e opposta alla forza che applichiamo sul mattone. Aumentiamo ora gradualmente l'intensità della forza applicata. Fino a che il mattone rimane fermo, aumenta anche la forza di attrito statico, che continua a compensare quella applicata. A un certo punto il mattone comincia a muoversi e in quel momento la forza di attrito statico raggiunge il suo valore massimo, che indicheremo con $f_{s,max}$. Successivamente, l'attrito diventa dinamico. La $f_{s,max}$ è detta **forza massima di attrito statico**, o **forza di attrito al distacco**.

TABELLA 1 **Alcuni valori tipici dei coefficienti di attrito**

Materiale	Attrito dinamico μ_d	Attrito statico μ_s
Gomma su cemento (asciutto)	0,80	1-4
Acciaio su acciaio	0,57	0,74
Vetro su vetro	0,40	0,94
Legno su pelle	0,40	0,50
Gomma su cemento (bagnato)	0,25	0,30
Sci sciolinati su neve	0,05	0,10
Articolazione del ginocchio	0,003	0,01



▶ **FIGURA 24 Il limite massimo dell'attrito statico**
Man mano che la forza applicata a un oggetto fermo su un piano aumenta, aumenta anche la forza di attrito statico, il cui valore aumenta fino a un certo limite. Oltre questo valore massimo, l'attrito statico non può più trattenere l'oggetto, che inizia a scivolare sul piano; da questo momento in poi subentra l'attrito dinamico.

Si trova sperimentalmente che la forza massima di attrito statico non dipende dall'area della superficie di contatto ed è direttamente proporzionale alla forza premente:

$$f_{s,max} = \mu_s F_p$$

La costante di proporzionalità μ_s viene detta **coefficiente di attrito statico**. Notiamo che μ_s, come μ_d, è adimensionale. Alcuni tipici valori di μ_s sono riportati nella tabella 1, accanto ai valori del coefficiente di attrito dinamico μ_d. Come si può vedere dalla tabella, in genere μ_s è maggiore di μ_d e questo significa che la forza di attrito statico è maggiore della forza di attrito dinamico, come accennato in precedenza; in particolare per alcuni materiali, ad esempio nel caso di uno pneumatico a contatto con il cemento asciutto, μ_s può essere maggiore di 1.

La direzione di $\vec{f}_s$ è parallela alla superficie di contatto e il suo verso è opposto a quello in cui si muoverebbe l'oggetto se non ci fosse l'attrito.

Queste osservazioni possono essere riassunte nelle seguenti leggi empiriche dell'attrito statico:

Leggi empiriche dell'attrito statico

La forza di attrito statico tra un corpo e una superficie:

1) è indipendente dall'area della superficie di contatto;
2) può assumere un qualsiasi valore tra zero e la forza massima di attrito statico $f_{s,max} = \mu_s F_p$;
3) è parallela alla superficie di contatto e il suo verso è opposto a quello in cui si muoverebbe il corpo in assenza di attrito.

▲ *Il coefficiente di attrito statico tra due superfici dipende da molti fattori, incluso il fatto che le superfici siano asciutte o bagnate. Nel deserto della Valle della Morte, in California, ad esempio, le rare ma forti piogge rendono viscido il terreno sabbioso e possono a volte ridurre l'attrito tra le rocce e il terreno in modo tale che i forti venti possono trascinare le rocce anche per distanze considerevoli. Il risultato è evidente nelle "scie di roccia" che registrano la direzione del vento.*

LABORATORIO
1

Somma vettoriale di forze

Obiettivo

Verificare la regola del parallelogramma per la somma vettoriale delle forze.

Materiale occorrente

- Tre dinamometri a molla uguali, di sensibilità 1 N
- Foglio di carta da disegno
- Righello
- Anello metallico
- Base di legno
- Matita

Procedimento

Disegna sul foglio due vettori $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$ con la coda coincidente, lunghi rispettivamente 8 cm e 12 cm. Questi vettori, che formano tra loro un certo angolo (diciamo 60°) rappresenteranno due forze. Applica la regola del parallelogramma per disegnare la loro risultante $\vec{R}$. Il vettore opposto, $\vec{E} = -\vec{R}$, è per costruzione la forza equilibrante, cioè la forza che sommata a $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$ dà zero:

$$\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{E} = 0$$

Disegna $\vec{E}$. Con un righello misura la sua lunghezza.

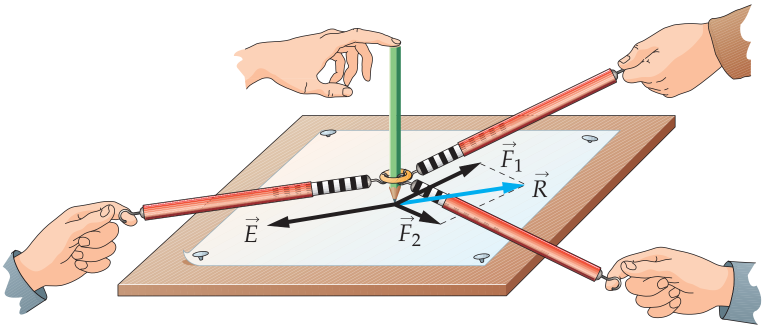
Fissa il foglio sulla base di legno.

Metti l'anello sul punto di applicazione delle forze e aggancia all'anello i tre dinamometri.

Chiedi a due compagni di tirare due dinamometri lungo la direzione di $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$ applicando rispettivamente delle forze di 4 N e 6 N. Tieni fisso l'anello sopra il punto di applicazione servendoti di una matita.

Prendi il terzo dinamometro e tiralo nella direzione di $\vec{E}$ fino a che l'anello non rimane fermo sul punto di applicazione anche togliendo la matita.

Leggi sul dinamometro l'intensità della forza equilibrante e confronta questo valore con la lunghezza precedentemente misurata di $\vec{E}$. Le due misure sono compatibili, tenendo conto delle incertezze legate alla sensibilità degli strumenti?



Osservazioni

Per confrontare l'intensità della forza equilibrante con la lunghezza del vettore che rappresenta questa forza, occorre tener presente che, ad esempio, un vettore lungo 8 cm rappresenta una forza di 4 N. Quindi sul foglio da disegno 1 cm corrisponde a 0,5 N.

Quesiti

- Quali sono le possibili fonti di errori sistematici in questo esperimento?
- Ripeti l'esperimento disegnando questa volta due vettori perpendicolari $\vec{F}_1$ ed $\vec{F}_2$ di lunghezza 8 cm e 12 cm. Quanto è lungo il vettore che rappresenta la forza equilibrante? Usando la stessa scala di prima (1 cm → 0,5 N), a quale intensità corrisponde questa lunghezza?

LABORATORIO 2

Costante elastica di una molla e legge di Hooke

Obiettivo

Determinare la costante elastica di una molla e verificare la legge di Hooke.

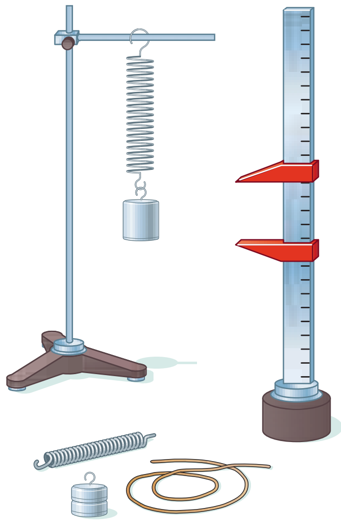
Materiale occorrente

- **Sostegno con gancio**
- **Asta graduata con cursori**
- **Molla**
- **Varie masse di entità nota**

Procedimento

Monta il sostegno e appendi al gancio la molla. Dopo aver sistemato accanto al sostegno l'asta graduata, prendi nota con un cursore del livello a cui arriva l'estremità della molla.

Aggancia alla molla, una per volta, una serie di masse di varia entità e rileva sull'asta graduata l'allungamento della molla.



Compila una tabella a quattro colonne con i valori noti delle masse (m) e delle forze peso ($P = mg$), i valori misurati degli allungamenti (x) e i valori calcolati del rapporto $k = P/x$. Questo rapporto si mantiene costante?

Massa (kg)	Forza (N)	Allungamento (m)	*k* (N/m)

Costruisci un grafico cartesiano riportando in ascissa gli allungamenti e in ordinata le forze peso. Se la molla segue la legge di Hooke $P = kx$, il coefficiente k precedentemente calcolato è la costante elastica della molla e il grafico forza-allungamento è lineare.

Osservazioni

Puoi usare il grafico forza-allungamento ottenuto in questo esperimento come *curva di taratura* della molla. Aggancia alla molla una massa incognita che vuoi determinare e misura l'allungamento che essa produce. Leggi dal grafico il valore della forza peso P corrispondente a questo allungamento e calcola la massa m usando la relazione $m = P/g$.

Quesiti

- Se continui ad aumentare il valore delle masse appese, la proporzionalità tra P e x rimane valida?

SINTESI DEL CAPITOLO

1. Grandezze scalari e vettoriali

Grandezza scalare

Una grandezza scalare è una grandezza fisica espressa da un numero accompagnato da un'unità di misura.

Grandezza vettoriale

Una grandezza vettoriale è una grandezza fisica rappresentata da un **vettore**, che è un ente matematico definito da un modulo (non negativo), da una direzione e da un verso.

2. Operazioni con i vettori

Somma di vettori

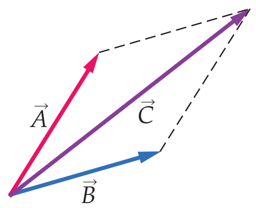
Dati due vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$ il vettore somma $\vec{C}$ si indica con $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$.
I vettori si sommano graficamente con il **metodo punta-coda** o con la **regola del parallelogramma**.

Metodo punta-coda

Per sommare i vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$ con il metodo punta-coda, si dispone la coda di $\vec{B}$ sulla punta di $\vec{A}$: la somma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ è il vettore che va dalla coda di $\vec{A}$ alla punta di $\vec{B}$.

Regola del parallelogramma

Per sommare i vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$ con la regola del parallelogramma, si fanno coincidere le loro code e si disegna il parallelogramma che ha come lati i due vettori: il vettore somma $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$ è la diagonale del parallelogramma.

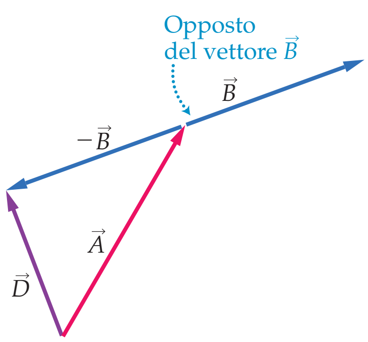


Vettore opposto

L'opposto di un vettore si ottiene ribaltando il verso del vettore e mantenendo inalterati il modulo e la direzione.

Differenza di due vettori

Dati due vettori $\vec{A}$ e $\vec{B}$, il **vettore differenza** $\vec{D} = \vec{A} - \vec{B}$ si ottiene addizionando al primo vettore l'opposto del secondo.



Moltiplicazione di un vettore per un numero

Moltiplicando un vettore per un numero, la direzione del vettore non cambia, il suo modulo è moltiplicato per il valore assoluto di quel numero e il verso rimane lo stesso se il numero è positivo, mentre si inverte se il numero è negativo.

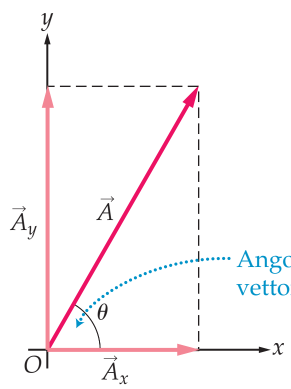
3. Componenti cartesiane di un vettore

Scomposizione di un vettore lungo due rette qualsiasi

Scomporre un vettore lungo due rette significa trovare due altri vettori diretti lungo le rette, la cui somma sia il vettore dato. Per effettuare questa scomposizione si usa la regola del parallelogramma.

Scomposizione di un vettore lungo gli assi cartesiani

La scomposizione di un vettore $\vec{A}$ lungo i due assi perpendicolari di un sistema di coordinate cartesiane dà origine a due vettori $\vec{A}_x$ e $\vec{A}_y$. Le **componenti cartesiane** di $\vec{A}$ sono le lunghezze A_x e A_y, alle quali è attribuito un segno positivo o negativo a seconda che i vettori $\vec{A}_x$ e $\vec{A}_y$ siano diretti nel verso positivo o nel verso negativo degli assi x e y, rispettivamente. La direzione del vettore $\vec{A}$ è individuata dall'angolo θ che esso forma con l'asse x.



Seno e coseno di un angolo

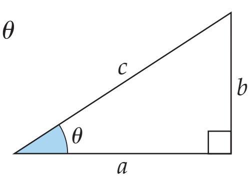
In riferimento al triangolo rettangolo in figura:

- il **seno** dell'angolo θ è uguale al rapporto tra il cateto opposto all'angolo e l'ipotenusa:

$$\text{sen}\,\theta = \frac{b}{c} \quad \longrightarrow \quad b = c\,\text{sen}\,\theta$$

- il **coseno** dell'angolo θ è uguale al rapporto tra il cateto adiacente all'angolo e l'ipotenusa

$$\cos\theta = \frac{a}{c} \quad \longrightarrow \quad a = c\cos\theta$$



Le componenti cartesiane A_x e A_y sono legate al modulo A e all'angolo θ dalle relazioni:

$$A_x = A\cos\theta$$
$$A_y = A\,\text{sen}\,\theta$$

Il modulo A e l'angolo θ si ottengono dalle componenti cartesiane attraverso le equazioni:

$$A = \sqrt{A_x^2 + A_y^2}$$

$$\theta = \cos^{-1}\left(\frac{A_x}{A}\right) \qquad \theta = \text{sen}^{-1}\left(\frac{A_y}{A}\right)$$

Somma vettoriale per componenti

Per sommare due vettori si sommano le loro componenti cartesiane. Se $\vec{C} = \vec{A} + \vec{B}$, allora $C_x = A_x + B_x$ e $C_y = A_y + B_y$.

4. Le forze

Le forze sono grandezze vettoriali.
Ci sono *forze di contatto*, come la forza che agisce su un oggetto che viene spinto, e *forze a distanza*, come la forza di gravità.
L'effetto delle forze è di *modificare il moto* dei corpi, o di produrre delle *deformazioni* (anch'esse riconducibili a cambiamenti del moto a livello microscopico).

La misura delle forze

Uno strumento di misura dell'intensità delle forze è il **dinamometro a molla**, il cui funzionamento è basato sull'allungamento che una forza produce quando è applicata a una molla.
Il dinamometro è dotato di una scala graduata che permette di leggere l'intensità della forza.

Il newton

L'unità di misura della forza è il **newton** (**N**). Il newton è definito come la forza che applicata a un dinamometro produce un allungamento uguale a quello prodotto da una massa appesa di (1/9,81) kg.

5. La forza peso

Il **peso** P di un oggetto sulla superficie terrestre è la forza gravitazionale esercitata su di esso dalla Terra. Essendo una forza, il peso si misura in newton.
In un determinato luogo, il peso P e la massa m di un oggetto sono direttamente proporzionali. La loro relazione è:

$$P = mg$$

dove g è una costante di proporzionalità che sulla superficie terrestre vale 9,81 N/kg (ma varia leggermente con la latitudine e con l'altezza rispetto al livello del mare).

Massa e peso

È importante distinguere i concetti di peso e massa: il **peso** è la forza gravitazionale, misurata in newton, la **massa** è una quantità invariante tipica di ogni corpo, misurata in kilogrammi.

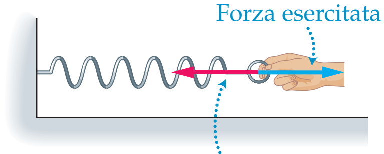
6. La forza elastica

Se allunghiamo o comprimiamo una molla, essa esercita una forza di richiamo, detta forza elastica, che tende a riportare la molla alla lunghezza iniziale.

La forza elastica F è direttamente proporzionale all'allungamento (o compressione) x della molla, secondo la **legge di Hooke**:

$$F = kx$$

dove la costante di proporzionalità k prende il nome di **costante elastica** della molla.



7. Forze di attrito

L'attrito è una forza che si oppone allo scivolamento di due superfici a contatto.
Quando un corpo *striscia* su una superficie si parla di **attrito radente**, quando un corpo *rotola* su una superficie, si parla di **attrito volvente**. L'attrito volvente è molto meno intenso dell'attrito radente tra le stesse superfici.
L'attrito radente si distingue in **attrito dinamico** e in **attrito statico**.

Attrito dinamico

L'attrito dinamico si oppone allo scorrimento di un corpo su una superficie.
La forza di attrito dinamico tra un corpo e una superficie:

1) è indipendente dall'area della superficie di contatto e dalla velocità del corpo;
2) è proporzionale alla forza premente sulla superficie, $f_d = \mu_d F_p$;
3) è parallela alla superficie di contatto e il suo verso è opposto a quello dello scorrimento del corpo sulla superficie.

La **forza premente** su una superficie è la componente perpendicolare della forza totale che agisce su quella superficie. Nel caso di un corpo posto su una superficie e non soggetto ad altre forze, la forza premente coincide col peso P del corpo.
La costante di proporzionalità μ_d è detta **coefficiente di attrito dinamico**.

Attrito statico

L'attrito statico tende a impedire che un oggetto fermo su una superficie si distacchi da essa.
La forza di attrito statico tra un corpo e una superficie:

1) è indipendente dall'area della superficie di contatto;
2) può assumere un qualsiasi valore tra zero e la forza massima di attrito statico $f_{s,max} = \mu_s F_p$;
3) è parallela alla superficie di contatto e il suo verso è opposto a quello in cui si muoverebbe il corpo in assenza di attrito.

La costante di proporzionalità μ_s è detta **coefficiente di attrito statico**.
Il coefficiente di attrito statico tra due superfici è maggiore del coefficiente di attrito dinamico tra le stesse superfici.